

Ph. Sp.

762

~~211~~

Ph. Sp. 762 ¹

<36642046150019

<36642046150019



Bayer. Staatsbibliothek

762.1
Zur Philosophie der Wissenschaften. Heft I.

ZEIT und RAUM

in ihren denknothwendigen Bestimmungen

abgeleitet

aus dem Satze des Widerspruchs.

Von

Schmitz - Dumont.

*aus dem Satze des Widerspruchs
abgeleitet*

LEIPZIG

Verlag von Erich Koschny (L. Heimann's Verlag)

1875.

373
105th

Ph. Sp. 702² Schmitz-Dumont

PLATE 101 T133

PLATE 101 T133

PLATE 101 T133

PLATE 101 T133

PLATE 101 T133

ZEIT und RAUM

in ihren denknöthwendigen Bestimmungen

abgeleitet

aus dem Satze des Widerspruchs.

Von

Schmitz - Dumont.

I.

LEIPZIG

Verlag von Erich Koschny (L. Heimann's Verlag)

1875.

ZEIT UND RAUM

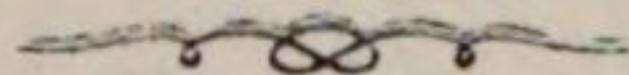
VERGLEICHENDE PHILOLOGIE

aus dem Besitz des W. H. Schlegel



I n h a l t.

	Seite
Fragestellung und Methode der Untersuchung	1
I. Ableitung von Zeit und Raum aus dem Satze des Wider- spruchs, formulirt als Gegensatz und Unterschied	5
Ortmöglichkeiten der als Einheit bestimmten Wirkungsgrösse	13
II. Widerlegung der Ansichten von Gauss u. A.	25
III. Die zur Geometrie nothwendigen Begriffe	33
IV. Bewegung, Entfernung, Denkgesetz im Raume	35
Reduktion des Ortunterschiedes auf ein Zahlenmaass	37
Das Galilei-Newton'sche Gesetz	41
V. Die drei Dimensionen des Raumes abgeleitet aus dem Be- griff B e w e g u n g	45
VI. Lösung der Bewegungsparadoxien von C. Neumann	47
VII. Lösung der geometrischen Paradoxie von Kant	54
VIII. Die Anschauungsformen des Bewusstseins	58
IX. Das vorstellende und das empfindende Bewusstsein	64
X. Das Bewusstsein und das Ich	77
Widerlegung der Ansicht von einer physiologischen Raumbildung	82



Fragestellung und Methode der Untersuchung.

Sollte es Befremden erregen, dass nochmals die Lösung dieses Problems unternommen wird, obschon nachgerade die verschiedensten Ansichten eine solche als unmöglich bezeichnen, so möge als erster Grund für diese Kühnheit gelten, dass ebensowenig wie eine Lösung, ebensowenig auch bis jetzt der logische Beweis geliefert worden, dass die Lösung überhaupt unmöglich sei; und als zweiter Grund die Thatsache, dass mit dem rascheren Fortschritte in der Beobachtung und gegenseitigen Verknüpfung von Naturerscheinungen sich immer mehr das Gefühl einer nur relativen Gültigkeit unserer Erkenntnisse geltend macht; ja dass selbst das Fundament unserer Naturwissenschaften, die Mathematik, in ihrem angewandten Theile nicht eine wirklich exakte Wissenschaft genannt werden könne, wenn es nicht gelingt, eine hier noch offene Lücke zu überbrücken.

Unter den jetzt herrschenden Ansichten über die Natur der Zeit und des Raumes lassen sich vornehmlich drei Richtungen unterscheiden. Kurz ausgedrückt, sagen dieselben:

- 1) Zeit und Raum sind Anschauungsformen unserer Vernunft, nach welchen dieselbe, bedingt durch die Konstruktion unserer Seelenvermögen, ein Bild der uns erscheinenden Dinge an sich entwirft.

Wie es kommt, dass wir uns nun in der Zeit dieses Bild in einer, im Raume in drei Dimensionen entwerfen, bleibt unerklärt. Ebenso, ob ein anders gearteter Intellekt andere Anschauungsformen bedingen würde.

- 2) Zeit und Raum sind allerdings von der Vernunft erzeugte Anschauungsformen; jedoch existirt gleichzeitig eine reelle Welt, welche in diesen selbigen Formen von Zeit und Raum mit den uns bekannten Eigenschaften gestaltet ist.

Woher diese Harmonie einer subjektiven und der objektiven Welt stamme, in welcher also Denken und Sein identisch sein müssten, wird nicht erörtert; ebensowenig die begleitenden Fragen, wie unter 1).

- 3) Zeit und Raum sind etwas empirisch Gegebenes, was ebensogut in einer anderen Welt anders sein kann.

Unsere Geometrie ist also der Specialfall einer allgemeinen (absoluten) Geometrie, welche letztere wir logisch entwickeln können (nach dem Satze des Widerspruchs).

Nach dieser Ansicht ist also die Arithmetik eine exakte Wissenschaft, für jede Vernunft und jede Welt gültig; die Zeit in einer Dimension denknothwendig; die Euklidische Geometrie ist aber aus der empirischen Beobachtung abgeleitet.

Es hat zwar auch nicht an solchen gefehlt, welche eine vielartig ausgedehnte Zeit als möglich voraussetzen wollten, jedoch ihre Stimmen sind vereinzelt geblieben.

Desto mehr Anhänger erheben sich für die nur relative Gültigkeit eines Raumes von drei Dimensionen, und suchen diese Ansicht durch algebraische Analysis zu begründen.

Alle solche Versuche haben jedoch mehr das Zugeständniss einer bedenklichen Lücke im Aufbau unserer exakten Wissenschaften als die Ueberzeugung von der Richtigkeit solcher Ansichten gefördert. Denn immer wieder sagt sich der natürliche Verstand, so lange er nicht durch logische Deduktion zu einer entgegengesetzten Ansicht geführt worden: „Irgend ein Fantasiethier, welches nirgends existirt und existiren kann, ist mir trotzdem als

Vorstellung möglich; ein Raum von mehr als drei Dimensionen aber nicht; woher nun dieser radikale Unterschied?“

Gelingt aber endlich einmal die logische Ableitung der Eigenschaften von Zeit und Raum aus dem Denkgesetze, so ist die Arithmetik nicht mehr die einzige exakte Wissenschaft, sondern die Euklidische Geometrie erweist sich dann gleichfalls als eine solche. Ebenso auch die Mechanik, denn der Begriff der Masse und der Satz vom Parallelogramm der Kräfte werden einfache logische Deduktionen. Es wird dann nicht mehr heissen:

Die Grundhypothesen der Mechanik sind die einfachst möglichen; die Sätze über Kraft, Masse, Wirkung der Schwere, sind aus der Natur abgeleitet —

sondern:

Jene Axiome der Mechanik sind die einzig denkmöglichen; die Sätze, welche aus ihnen abgeleitet werden, sind Naturgesetze, welche in keiner anderen Welt, wo unser Denken möglich ist, anders sein können.

Dann auch erst ist die Unmöglichkeit eines Wunders, eines Geschehens im Widerspruch, oder neben oder über unseren Naturgesetzen bewiesen. So lange diese Gesetze nur relative Gültigkeit haben, müssten wir jeden Augenblick gewärtigen, dass einmal andere deutlich erkennbare Principien entweder unserer oder einer anderen Welt sich geltend machen, zur Wahrnehmung gelangen. Sollte einmal einem höher oder besser entwickelten Organismus ein Sinn für eine vierte Dimension aufgehen, so müsste uns seine Naturbeschreibung einer Erzählung von Wundern gleich erscheinen.

Wird aber erwiesen, dass Denken überhaupt irgend welche Vorgänge, Veränderung von Zuständen oder beharrende Substanzen, nicht anders auffassen kann, als nach den Formen von Zeit und Raum mit den uns bekannten Eigenschaften, so würde, die leere Hypothese

eines stattfindenden Wunders zugegeben, unser Denken gar keine Wahrnehmung von einem solchen Vorgange haben können. Die Welt des Wunders wäre zu der des vernünftigen Denkens eine ganz heterogene, würde für die Vernunft und jede uns mögliche Wahrnehmung gar nicht existiren.

Dann erst werden wir statt subjektiven Wissens eine objektive Erkenntniss besitzen.

Wird diese fragliche Ableitung gewonnen, so werden wir sehen, dass Zeit und Raum nicht die einzigen Formen unserer Anschauung sind, sondern dass wir viele bis jetzt als empirisch bezeichnete Begriffe diesen zuweisen müssen. So z. B. die Begriffe Bewegung, Materie, beharrende Substanz, Atom, oder vielmehr der letzten Abstraktion von allen diesen, dem Ich. Es wird sozusagen die Vorstellung einer in bewegte Atome auflösbaren Welt sich darstellen als einfache Folgerung aus der Möglichkeit einer Erkenntniss überhaupt.

Der Gang der folgenden Untersuchung wird sein, alle Denkmöglichkeiten aufzuzeichnen, welche eine Welt nach dem Satze des Widerspruchs aufweisen kann, und zu sehen, ob die unbeschränkte Anzahl dieser Möglichkeiten sich unter eine beschränkte Zahl von Formen gruppiren lässt ohne Rest.

Die Probe auf die Richtigkeit dieser Ableitung wird darin bestehen, dass, wenn die hier gefundenen Formen sich als identisch mit denjenigen erweisen, nach welchen sich uns die Welt darstellt, wir alle Hypothesen, welche andere Möglichkeiten voraussetzen, als Widersprüche darlegen; dagegen alle Paradoxa, welche bis jetzt aufgestellt wurden und welche der Unmöglichkeit entsprangen, Zeit und Raum nach dem Denkgesetze entwickeln zu können, lösen. —

I.

**Ableitung von Zeit und Raum
aus dem Satze des Widerspruchs, formulirt als
Gegensatz und Unterschied.**

Das für uns absolut Gewisse sind unsere Empfindungen, d. h. die Thatsache, dass wir verschiedene Empfindungen haben. Dieses kann auch ausgedrückt werden durch:

„Es existirt ein Etwas, und dieses Etwas wird als existirend aufgefasst, gelangt zu Bewusstsein.“

Mit dieser absolut gewissen Thatsache ist uns also ein Etwas und Bewusstsein gegeben, welche wir bezeichnen können als Formen dieser Thatsache, einer Existenz überhaupt.

Man kann nun die Aufgabe stellen, zu untersuchen, ob diese Formen gewisse nähere Bestimmungen (Eigenschaften) aufweisen müssen, welche sich in allen Veränderungen, von uns als Erscheinungen dieser Existenz aufgefasst, wiederfinden, die also einerseits beständige Formen des Etwas (der Dinge), andererseits beständige Formen des Bewusstseins wären.

Vorab wird die Hypothese nicht betrachtet, nach welcher eine Auffassungsweise der Existenz, als von der unsrigen gänzlich verschieden möglich sein sollte. Um

eine solche Hypothese überhaupt diskutieren zu können, müsste vorher bestimmt werden, inwiefern sich eine solche Auffassungsweise überhaupt von der unsrigen, Bewusstsein genannt, unterscheidet. Wir sprechen also vorab nur von einer Auffassungsweise als Bewusstsein.

In unserem Bewusstsein finden wir also die Thatsache der Empfindungsfähigkeit; oder vielmehr, es ist nur ein anderes Wort für Bewusstsein zu sagen: „Die Fähigkeit, Empfindungen haben zu können.“

Haben wir eine Empfindung, so ist es nur eine weitere Umschreibung dieser Thatsache, wenn wir sagen:

„Diese Empfindung ist wirklich diese Empfindung, oder: sie ist sich selbst gleich.“

A als existirend empfunden, heisst $A = A$.

Soll das Bewusstsein nicht darauf beschränkt sein, in alle Ewigkeit unveränderlich nur die Empfindung A zu haben, sondern auch die Empfindung B, und sich der Empfindungen A und B als **verschiedener** bewusst werden, so heisst diese Forderung mit anderen Worten:

„Das Bewusstsein muss die Fähigkeit haben, die Empfindungen A und B mit einander zu vergleichen; also in ein gegenseitiges Verhältniss zu setzen mit Bezug auf sich selber.“

Um nicht allein Empfindungen haben, sondern diese auch als verschiedene auffassen zu können, muss das Bewusstsein also sozusagen Abbilder jener Empfindungen reproduciren und durch das Medium seines Ich in ein Verhältniss zu einander setzen. Diesen Process nennen wir: die Empfindung vorstellen. Mindestens zwei Empfindungen sind also nöthig, um eine Vorstellung bilden zu können.

Da jedoch das Bewusstsein eine jede Empfindung gesondert vorstellen muss, so muss es auch die Fähigkeit haben, eine Empfindung als nicht vorhanden vorzustellen, d. h. zu negiren. Der Unterschied in der Nichtempfindung eines A und der Empfindung A

bedingt die Vorstellung A. Das Bewusstsein muss den Zustand A und den Zustand Nicht-A durchlaufen, um zur Vorstellung A zu gelangen. Dieser Unterschied seiner Zustände ergibt nun die erste denknothwendige Form des Bewusstseins, wenn ihm, wie vorausgesetzt, die Fähigkeit zukommen soll, sich verschiedener Empfindungen bewusst zu werden. Wir nennen diese Form der Folge unterschiedener Zustände die **Zeit** und haben deren nähere Eigenschaften zu erörtern.

Behalten wir aber im Gedächtniss, dass, sobald wir zu der Empfindung A die Empfindung B hinzufügten, sobald also unsere Welt zwei Existenzen in sich begriff und wir von Vorstellung sprechen konnten, wir die Wörter: Verhältniss, Bedingung gebrauchen mussten, um überhaupt sprechen zu können. Diese neuen Begriffe traten also zugleich mit einer zweiten Existenz in unsere Welt.

Ohne Zeitform wäre also für das Bewusstsein nur eine einzige Empfindung möglich. Jede Auffassung einer Veränderung (einer anderen Empfindung) ist nun verbunden mit der Setzung des Bewusstseins als des Empfindenden. Diese Setzung des Bewusstseins als ein Solches durch sich selbst hat durchaus keine Unterschiede in sich, sondern ist schlechtweg seine Setzung als **Ich**.

Ganz gleichgültig ist es hierbei, ob wir späterhin als Träger des Bewusstseins oder als Verkörperung dieses Bewusstseins, werde dies nun Individuum, Seele, Persönlichkeit oder wie immer genannt, ein sehr zusammengesetztes, verschiedenartiges und veränderliches Wesen kennen lernen, welches dieses einheitliche Ich setzt. Ich bleibt deshalb doch stets dasselbe, als schlechtweg Setzung des Bewusstseins, als **Einheit**.

Die Philosophie ist häufig auf Irrwege gerathen, indem sie das Ich und das persönliche Bewusstsein für identisch hielt.

Indem nun das Bewusstsein zur Auffassung der Veränderungen eine Wiederholung von ununterscheidbaren Ich — für die Folge immer durch I bezeichnet — setzt, producirt es eine stetige Reihe von Einheiten. Da diese Reihe von nicht unterscheidbaren I weder Unterschiede in den I, noch in ihrer Aufeinanderfolge hat, sondern nur den Gegensatz von Etwas oder Nichts, I oder Nichts, zulässt (durch Anwendung welchen Gegensatzes eben die I-Reihe gebildet wird), so nennen wir diese Reihe gewöhnlich von einer Dimension; was jedoch nicht exakt gesprochen ist, wie wir später bei der Betrachtung der Dimensionen sehen werden. Man sollte sagen: Reihe schlechtweg ausgedehnt (ohne Richtung und Dimensionen). Das I lässt nicht den Gegensatz von $+I$ und $-I$ zu, weil es als Existenz nur an sich betrachtet wird, nicht in seinem Verhältnisse zu möglichen anderen Existenzen. Setzt sich aber das Bewusstsein zu dieser geschehenden Reihe in ein Verhältniss als äusseres, so kann es willkürlich Unterschiede in diese Reihe setzen; z. B. ein bestimmtes I als Ausgangspunkt bestimmen und die geschehende fortschreitende Reihe nach vorwärts und nach rückwärts betrachten; oder Unterschiede der aufeinanderfolgenden Momente voraussetzen. Mit solchen Vorstellungen wäre aber das Bewusstsein schon aus der reinen Zeitform herausgetreten. Wenn man diese betrachten will, so darf man gar nicht von zwei entgegengesetzten Richtungen in der Zeit sprechen. Auf dem Nichtbeachten dieses Unterschiedes beruht die Aufstellung der Paradoxa über die Zeit, die Konstruktion zweier entgegengesetzter Ewigkeiten mit einem zeitlichen Anfang etc. Ebensowenig darf man von einem möglichen Unterschiede in der Aufeinanderfolge der Zeitmomente sprechen, weil diese schlechtweg reine Wiederholung bedeuten. Die Wiederholung ist aber ebensowenig irgendwie weiter bestimmt oder beschränkt, sonst wäre es eben nicht Wiederholung. Die Ausdehnung der Zeit ist also unbestimmt, unbeschränkt.

Wir gebrauchen nicht den Ausdruck unendlich, weil der Sprachgebrauch diesem Worte zu sehr den Charakter eines positiven Begriffes beilegt, und nicht allein die naive Philosophie, sondern häufig sogar die Mathematik denselben auch gläubig als etwas positives Reelles aus der Hand der Sprache angenommen und unsägliche Verwirrung damit angerichtet hat.

Bei der Auffassung verschiedener Empfindungen ist also das Bewusstsein gezwungen, ein I als stets dasselbe zu setzen, seine Empfindungen (Zustände) aber als verschiedene. In sich kann es nun diesen Widerspruch von Identität und doch Unterschied seines Zustandes nicht vertragen, weil damit seine Existenz als Bewusstsein vernichtet wäre; es wäre an das Bewusstsein gleichermaassen die Forderung gestellt, sich zugleich als identisch und verschieden vorzustellen. Es muss also den einen Theil des Widerspruchs aus sich hinausversetzen. Da es nun selbstverständlich sein I, seine Identität, für alle Fälle behalten muss, so bleibt ihm keine Alternative, als die Unterschiede, Veränderungen seines Zustandes (Empfindungen) einem Anderen beizulegen, oder wie wir sagen: die **Ursache** seiner verschiedenen Empfindungen einer ausser ihm vorhandenen Existenz zuzuschreiben. 2

Wie also vorher schon bemerkt, ermöglichen zwei verschiedene Empfindungen in der empfindenden Existenz die Bildung einer Vorstellung. Vorstellung ist die Setzung eines Verhältnisses dieser Empfindungen nach dem Causalitätsbegriff, und dem gewandtesten Leugner der Causalität ist es nicht möglich, eine Vorstellung zu fassen, zwei verschiedene Empfindungen zu haben, am allerwenigsten von all' diesem in menschlicher Sprache zu disputiren, ohne diesen Begriff in irgend einer versteckten Verbindungsform beständig zu gebrauchen. Causalität ist eben Verbindungsform überhaupt, Verbindung des I mit den A, B etc.

Hiermit ist zugleich der denknothwendige Begriff des Ausserhalb und des Nebeneinander (A, B etc.) gegeben, und die Frage stellt sich weiter so:

„Können aus der Thatsache, dass verschiedene Empfindungen aufgefasst werden, Formen der Verhältnisse abgeleitet werden, unter welchen sich das Bewusstsein die von ihm nach **Aussen** hin und **Nebeneinander** vorausgesetzten Existenzen vorstellen muss?

Für jede verschiedene Empfindung wird das Bewusstsein vorab veranlasst sein, eine andere Ursache vorzustellen, nach dem Satze der Identität. Nennen wir diese Ursachen nun Wirkungsgrössen (bezeichnet Wg), weil sie in dem Bewusstsein eine Zustandsänderung bewirken und von verschiedener Wirkung sind, also Grössen.

Die Welt, die ausserhalb des Bewusstseins liegenden Existenzen, werden also von diesem vorgestellt als eine Vielheit von Wirkungsgrössen, und da seine Zustände sich in der Zeitform ändern, als eine Vielheit von Wirkungsgrössen in zeitlicher Veränderung.

Das bisherige Resultat also ist: Die Thatsache einer Empfindungsfähigkeit, Bewusstsein genannt, ist gleichbedeutend mit einer Vielheit von Existenzen in gegenseitiger Wirkung aufeinander und in Veränderung; eine dieser Existenzen ist das I, auf welches das Bewusstsein die von den anderen Wg direkt empfundene Wirkung bezieht. Die Frage, ob das I verschieden oder gleichwerthig den anderen Wg sei, bleibt einstweilen offen, weil das Bewusstsein sich nicht direkt in die anderen Wg hineinversetzen und in ihnen die Wirkung der anderen empfinden kann. Heterogen können sie einander aber nicht sein, sonst wäre eben keine gegenseitige Wirkung vorstellbar.

Aus der unmittelbaren sinnlichen Beobachtung, wie sie uns geläufig, lässt sich gleichfalls ersehen, dass in einer anderen Weise weder von der uns bekannten, noch von einer anderen Welt überhaupt die Rede sein kann. Z. B. angenommen, die Welt sei eine einheitliche Existenz ohne weitere Unterschiede in sich, so könnten wir sie etwa vergleichen dem unbeschränkten Raume, angefüllt mit Materie. Eine solche Welt wäre aber in gar nichts unterscheidbar von dem Raume als leer vorgestellt; es wäre das Hegel'sche absolute Sein ununterscheidbar vom absoluten Nichtsein. Der Begriff: Materie als Erfüllung kann erst in der Welt auftauchen, oder hineingebracht werden durch die Unterscheidung von Leerem und Erfülltem, also durch eine Vielheit von unterschiedenen Einzelnen.

Versuchen wir nun eine Welt zu setzen als Vielheit von unterschiedenen Einzelnen, aber ohne Veränderung unter sich; es kann dann auch von keiner Wirkung die Rede sein, also auch von keinem Bewusstsein, und diese Welt wäre wiederum nicht unterscheidbar von dem Nichts. Man könnte eine solche Welt von ewig starren, unveränderlichen Körpern für vorstellbar halten; aber indem man sich dieselbe vorzustellen versucht, introducirt man ein Bewusstsein (sich selbst) und die Veränderung dieses Bewusstseins, ehe diese Welt auf dasselbe gewirkt (ehe es die Welt vorgestellt) und nachdem sie gewirkt hat. Man hat also jene als stabil angenommene Welt durch ein Bewusstsein vergrößert und die Gesamtheit einer Veränderung unterworfen.

Da also das Bewusstsein wegen seiner Identität, d. h. wegen der Gültigkeit des Satzes vom Widerspruch, eine Ursache seiner Empfindungen nach Aussen setzen muss als Wg, so steht es vor der Aufgabe, sich das Bild einer unbeschränkten Vielheit von Wg in Veränderung zu entwerfen, d. h. die empfundenen Aenderungen verlegt es in

die Wg, wegen der Identität seines I. Nur ein anderer Ausdruck hierfür ist es, wenn wir sagen, die Wg wirken aufeinander. Denn vorher hatte schon das Bewusstsein eine jede einzeln mit sich causal verknüpft; durch ein Medium (in ihm) waren also auch die Wg causal miteinander verknüpft, und da das Bewusstsein die Veränderung den äusseren Wg zuschreiben muss, so stellt es dieselben direkt als causal miteinander verbunden vor. Mit der Thatsache der Auffassung einer Welt, der Existenz eines Bewusstseins, ist also auch die Causalität als nothwendig gegeben. Ohne diesen Verbindungsbegriff kann von keinem vorstellenden Bewusstsein die Rede sein.

Das Bewusstsein ist nun in ähnlicher Lage, wie der Künstler, welcher seine inneren Empfindungen verkörpern will. Der Künstler ist hierbei durch die selbstgewählten materiellen Bedingungen in seiner Reproduktion beschränkt. Dem Dichter und Musiker steht nur die Zeitform in einer Dimension zu Gebote. Dem Maler die Raumform in zwei, dem Bildhauer die Raumform in drei Dimensionen. Statt dessen ist das Bewusstsein nur durch sein Denkgesetz, das Gesetz der Identität und der causalen Verknüpfung, bestimmt (beschränkt).

Dieses Denkgesetz nun zwang das Bewusstsein, die Formen eines Nacheinander und eines Aussereinander anzunehmen, um zur Vorstellung einer Welt gelangen zu können (damit für ein Bewusstsein eine Welt überhaupt existiren könne). Die Form des Nacheinander wurde näher bestimmt, als ohne weitere innere Unterscheidbarkeit (in einer einzigen Dimension) denknothwendig und nur in einer denkmöglich. Der Form des Aussereinander wird also die Aufgabe zufallen, sich so zu gestalten, dass alle Denkmöglichkeiten einer Vielheit von Wg sich hineinbilden lassen, nach und unbeschadet des Gesetzes der Identität oder des Widerspruchs.

Das Bewusstsein projicirt also die Empfindung A als Wirkungsgrösse A nach aussen, bezeichnet seine Empfindung als eine Wirkung von A auf I, oder als ein Produkt zwischen A und I, denn die Empfindung käme nicht zu Stande ohne die Existenz von A und I. Allerdings kein arithmetisches Produkt.

Das Bewusstsein hat nun die Aufgabe, viele Empfindungen (wie vorher ausgeführt wurde, gleichzeitig), also nebeneinander, in der äusseren Projektion darzustellen. Führen wir also zu der Existenz A im Nebeneinander eine zweite, B, hinzu und setzen der Einfachheit halber die Annahme, dass die Wirkung von B auf I gleich sei der von A auf I, nur mit dem Unterschiede des Nebeneinander.

Die Forderung ist also:

„Obschon die Wirkung A gleich ist der Wirkung B, so soll das Bewusstsein dieselben doch unterscheiden, das Produkt B I also verschieden sein von A I.“

Das Bewusstsein verbindet A und B causal mit sich, und eben dadurch auch A mit B.

Bei der Verbindung von A mit B ist ihm nun zugleich der logische Gegensatz von Wirkung (A auf B), und Wirkung (B auf A) möglich und nothwendig; anders ausgedrückt: Das Bewusstsein findet, dass es bei der Betrachtung B A und dann A B einen Gegensatz im Setzen seiner Zustände vollführt, dass es aus der reinen Zeitform herausgetreten ist und die Nacheinanderfolge zu einem Gegensatze benutzt, dass es zwei entgegengesetzte Bewegungen bei Projicirung des äusseren Bildes $AB = BA$ ausgeführt hat.

Hierdurch wird ihm klar, dass es auch gleich bei der Wirkung A schon den logischen Gegensatz A I und I A hätte setzen können. Dies wurde jedoch bei der alleinigen Existenz von A und I nicht erwähnt, weil, so lange die Welt auf diese beiden Existenzen beschränkt wäre, dem

Bewusstsein nimmermehr die Möglichkeit eines Gegensatzes AI und IA hätte einleuchten können, denn die ganze Welt wäre ja auf die eine ewige Empfindung A beschränkt gewesen.

Halten wir also fest, dass unsere jetzige Welt aus I , A , B besteht.

Identisch mit Setzen und Nichtsetzen der Empfindung A ist es jetzt, wenn das Bewusstsein eine andere Wirkungsgrösse $-A$ vorstellt (und vorstellen kann es jetzt, nachdem zwei Empfindungen da sind), welche gleich und entgegengesetzt dem A (oder jetzt $+A$) sei, sodass aus der vereinten Wirkung beider eben das Nichtsetzen (Negation der Empfindung) resultirt, dass nur noch die Empfindung B übrig bleibt. Dies heisst: wenn das Bewusstsein nur B betrachtet, also von A abstrahirt, so kann es dieses Resultat herleiten aus der Nichtexistenz von $+A$, oder aus der gleichzeitigen Existenz eines $+A$ und eines $-A$; die Möglichkeit einer Existenz $-A$ ist gesetzt. Das Bewusstsein hat die Wahl, ob es bei dem Zustande keine Empfindung, die Nichtexistenz oder die gleichzeitige Existenz von $+A$ und $-A$, nach Aussen projiciren will. Die Entscheidung über diese Wahl wird von weiteren Verhältnissen abhängen.

Die Wirkung (I , $+A$) ist also gleichwerthig mit der Wirkung (I , $-A$), das Bewusstsein übt aber eine total verschiedene Beziehungsweise bei Vorstellung der beiden als äussere Existenzen aus; im räumlichen Bilde ausgedrückt, muss es von sich sagen: „es bewege sich in entgegengesetzter Richtung.“ Bei Projicirung nach Aussen muss I also dem $+A$ den möglichst (absolut) verschiedenen Richtungsort in Bezug auf sich, wie dem $-A$ zuweisen, einerlei, wie dieser Gegensatz im äusseren Bilde sich uns später darstellen wird; an geometrische Figuren dürfen wir noch nicht denken.

Nach Einführung des B stellt sich also die Forderung an das Bewusstsein:

„Obgleich die Wirkung von B gleichwerthig ist der von $+A$ und der von $-A$ auf I, so soll dennoch das Bewusstsein alle drei von einander unterscheiden und diesen Unterschied in einem äusserlichen Bilde darstellen.“

Um dieser Forderung zu genügen, muss sich B in seiner Beziehungsweise auf I von $+A$ und von $-A$ unterscheiden. $+A$ und $-A$ bilden aber schon den absoluten Gegensatz in ihrer Beziehungsweise zu I. Die Beziehungsweise (I, B) muss also irgendwo zwischen (I, $+A$) und (I, $-A$) hinverlegt werden. Je weniger verschieden nun (I, B) von (I, $+A$) ist, desto mehr verschieden wird es von (I, $-A$) sein. Es wird deshalb für (I, B) eine Beziehungsweise möglich sein, welche ebensoviel von (I, $+A$), wie von (I, $-A$) verschieden ist, welche in Bezug auf die total entgegengesetzten Beziehungsweisen die Mitte hält.

Zur weiteren Bestimmung der jetzt denkmöglichen Unterschiede betrachten wir das vorher schon als gleicherweise causal hergestellte Beziehungs- und Wirkungsverhältniss (B, A) oder jetzt vielmehr (B, $+A$) und (B, $-A$). Die Wirkungen betrachten wir hier noch nicht, sondern nur die Beziehungsweisen.

Wir haben drei gleiche Wirkungsgrössen: $+A$, B, $-A$. Weil nun alle Beziehungsweisen dieser drei Wg von I ausgehen (gesetzt werden), so dürfen wir statt (I, $+A$), (I, B), (I, $-A$) die Ortunterschiede zwischen diesen 3 Wg setzen. Denn in demselben Verhältnisse, wie die Beziehungsweise (I, B) von (I, $+A$) unterschieden, wird auch die vom Bewusstsein nach aussen projecirte Beziehungsweise, der Ort B von dem Orte A, von dem I aus betrachtet, unterscheidbar sein. Gebrauchen wir jetzt statt des Wortes Beziehungsweise das Wort Richtung, um damit auszudrücken, dass die nach Aussen projecirte Beziehungsweise verstanden werden soll, so können wir das Vorhergehende folgendermaassen ausdrücken:

„Ebenso, wie die Richtungsunterschiede
 $(I, +A)$ zu (I, B) ; (I, B) zu $(I, -A)$
 zwei conjugirte Werthe bilden, bestimmt durch
 Gegensatz $(I, +A)$; $(I, -A)$,
 ebenso bilden die Ortunterschiede
 $(+A, B)$; $(B, -A)$
 zwei conjugirte Werthe, bestimmt durch
 Gegensatz $+A$; $-A$.“

Diese Substitution geschieht lediglich zum Zwecke einer einfacheren Bezeichnungsweise.

Wir sagen also jetzt: $(+A, B)$ und $(B, -A)$ sind zwei conjugirte Werthe, welche alle denkmöglichen Ortunterschiede von $+A$ bis $-A$ durchlaufen, so dass ihre Summe stets gleich dem Ortunterschied $(+A, -A)$ ist. Diese conjugirten Werthe werden also auch einmal durch einen Ort bestimmt werden, wo $(+A, B) = (B, -A)$; weil nach der Voraussetzung das Bewusstsein eine stetige Reihe von Unterschieden nach Aussen hin projiciren kann.

Mit dem Einführen von B ist aber, wie vorhin, auch der Gegensatz $+B, -B$ gesetzt. In derselben Weise also, wie die conjugirten Werthe $(+A, B)$ und $(B, -A)$ abgeleitet wurden, sind hierdurch zugleich auch die conjugirten Werthe $(-A, -B)$ und $(-B, +A)$ virtuell gesetzt. Diese vier Ortunterschiede sind mit der Hypothese der Existenz eines A und eines B als denkmöglich gesetzt. Der letzte Unterschied führte wieder zum ersten zurück; sie bilden unter sich mit beliebiger Wahl des Ausgangortes je zwei conjugirte und entgegengesetzte arithmetische Werthe.

Das bisherige Resultat ist also:

Kann das Bewusstsein zwei gleichwerthige, gleichzeitige Wirkungsgrößen von einander unterscheiden, so setzt es sich virtuell (in der Vorstellung) vier Wg, und vermag dieselben räumlich anzuschauen (nach aussen zu projiciren) nach allen arithmetisch denkmöglichen Werthen einer stetigen,

durch ihren Gegensatz zu ihrem Anfange zurücklaufenden Folge von Unterschieden (geschlossene Reihe); vermag also für jeden dieser unbeschränkten Anzahl von Werthen einen bestimmten Ort im Raume zu setzen.

Soll nun ein Maass für diese Ortunterschiede festgestellt werden, so ist das einfachste, eine beliebige Zahl anzunehmen, und für jede Einheit dieser Zahlreihe einen Ort im Raume so zu bestimmen, dass ein jeder Ort von seinem Vorhergehenden wie Nachfolgenden denselben Unterschied der Beziehungsweise zu I aufweist; so jedoch, dass der letzte Ort mit dem ersten zusammenfällt.

Wir sahen, dass, von einem bestimmten Orte ausgehend, vier Orte besonders ausgezeichnet werden konnten. Der Ausgangsort $+A$, sein Gegenort $-A$, und die beiden Mittelorte des gleichen Unterschiedes zwischen diesen beiden Gegensätzen; also $+B_0$ und $-B_0$. Die Unterschiede dieser vier Cardinalorte sind gleich; es wird sich also empfehlen, zur Eintheilungszahl der geschlossenen Reihe eine durch 4 theilbare Zahl zu wählen.

Wir geben zur Bezeichnung des Mittelwerthes dem Orte B den Subexponenten 0, um anzuzeigen, dass hier die Beziehungsweise (B, I) gleichsam den Nullpunkt durchläuft zwischen den entgegengesetzten Beziehungsweisen ($+A, I$) und ($-A, I$); also indifferent, arithmetisch nicht mehr vergleichbar gegen diese wird. Solche radikale Verschiedenheit der Richtung nennt man: Verschiedenheit der Dimension. Es ist also das Auftreten einer gleichzeitigen Vielheit in der Anschauungsform, was die Möglichkeit verschiedener Dimensionen setzt.

Da, wie vorher schon bemerkt, in dem I eine solche Vielheit nicht denkmöglich ist, so kann auch in der Zeitform von einer Dimension nicht die Rede sein. Man nennt sie gewöhnlich von einer Dimension, und versteht hier unter Dimension Ausdehnung. Nach unserer

Definition sind aber Ausdehnung und Dimension sehr verschiedene Begriffe, und wäre es richtiger, zu sagen:

Die Zeit ist stetig ausgedehnt ohne Dimensionsunterschiede.

Das Vorhergegangene fassen wir jetzt zusammen als

Theorem I. Zwei verschiedene gleichwerthige Wirkungsgrößen A und B bestimmen eine geschlossene Reihe von Orten, von der Form

$$+ A + B_0 - A - B_0 + A.$$

Man darf nicht $+ A$ und $-A$ als diese zwei verschiedenen Wirkungsgrößen ansehen wollen; denn hiermit wären nicht dem I gegenüber zwei verschiedene Existenzen eingeführt, sondern lediglich eine und diese dann negirt.

Um nun weiter zu untersuchen, ob die Unterscheidungsfähigkeit des Bewusstseins für gleichwerthige Wg hiermit erschöpft ist, führen wir ein neues Wg ein, und knüpfen daran die Bedingung, dass es von allen in der Reihe $+ A + B_0 - A - B_0 + A$ denkmöglichen unterschieden werden soll. Sein Ort soll also in einer neuen Dimension liegen.

Diesen Modus der Einführung neuer Wg setzen wir nach Bestimmung der denkmöglichen Orte der früheren fort und beobachten, ob sich schliesslich Widersprüche des Denkens einstellen, ob sich schon früher bestimmte Orte wiederholen, oder ob sich kein Hinderniss für ein unbeschränktes Weitergehen zeigt. Der letztere Fall wäre gleichbedeutend mit der Möglichkeit unbestimmt vieler Dimensionen.

Soll das Bewusstsein also ein drittes Wg, als C, gleich in seiner Wirkung auf I dem A und B, von allen in der Reihe $+ A + B_0 - A - B_0 + A$ möglichen unterscheiden können, so ist durch dieses C und irgend einen Ort B', der A B-Reihe, nach Theorem I. eine neue Reihe von der Form $+ B' + C - B' - C + B'$ bestimmt.

Von den Orten dieser Reihe sind zwei, $+B'$ und $-B'$, beiden Reihen gemeinsam, alle übrigen verschieden. Alle Orte dieser neuen Reihe sind bestimmt durch die Relationen

$$+A, C \text{ und } +B', C$$

weil alle übrigen vorhin angeführten Relationen der anderen virtuellen Wg der AB - und der $B'C$ -Reihe durch diese beiden schon bestimmt sind, nach ebendemselben Theorem I.

Denn es sind ausser dem I ja nur die drei Existenzen $+A, B', C$, vorhanden, also zwischen ihnen nur die Relationen $(+A, B')$; (B', C) ; $(+A, C)$ denkmöglich.

Setzen wir also von den beiden, jedes denkmögliche C festbestimmenden Relationen $(+A, C)$ und (B', C) , die eine als festen, bestimmten Werth, so ist die aus den beiden Orten der anderen Relation formirte geschlossene Reihe vollständig bestimmt.

Setzen wir also für die Relation $(+A, C)$ den bestimmten Werth $(+A, B')$, so haben wir die Reihe $+B' + C - B' - C + B'$ bestimmt, und für alle Orte C dieser Reihe gilt die Relation

$$+A, C = +A, B'$$

Umgekehrt sind dann aber auch alle denkmöglichen Orte, für welche diese Relation $+A, C = +A, B'$ gilt, durch diese Reihe $+B' + C - B' - C + B'$ bestimmt, denn der Werth $+A, B'$ ist ein arithmetisch bestimmter gleich dem Richtungsunterschiede zwischen $(+A, I)$ und (B', I) oder dem Ortunterschiede $(+A, B')$.

Wir erhalten dadurch folgendes Theorem über die möglichen Orte der drei Wg.

Theorem II. a) Durch die geschlossene Reihe $+A + B' - A - B' + A$ und einen ausserhalb ihrer gelegenen Ort wird eine zweite geschlossene Reihe von der Form $+B' + C - B' - C + B'$ bestimmt, in welcher jeder Ort die Relation $+A, C = +A, B'$ und $-A, C = -A, B'$ hat;

b) alle denkmöglichen Orte, welche in Bezug auf die geschlossene Reihe $+ A + B' - A - B' + A$ die Relationen $+ A, C = + A, B$ und $- A, C = - A, B'$ haben, liegen in einer geschlossenen Reihe von der Form $+ B' + C - B' - C + B'$.

Prüfen wir nun die weitere Dimensionsbildung mit Hülfe der Theoreme I. und II.

Nehmen wir zum Ausgangspunkte der neuen Dimensionen die Cardinalpunkte der ersten Reihe; wir ersparen uns dadurch die beständige Setzung der conjugirten Relationen, weil im Mittelwerthe die beiden conjugirten einander gleich werden.

Aus dem Mittelw. B_0 der Reihe $+ A + B_0 - A - B_0 + A$ bilden wir mit C die Reihe $+ B_0 + C_0 - B_0 - C_0 + B_0$ unter der Bedingung $A C = A B_0$

Aus dem Mittelw. $+ A$ der Reihe $+ B_0 + A - B_0 - A + B$ bilden wir mit D die Reihe $+ A + D_0 - A - D_0 + A$ mit der Bedingung $B_0 D = A B_0$.

Die Orte C_0 und D_0 sind beide bestimmt

durch dieselbe Ausgangsreihe $+ A + B_0 - A - B_0 + A$ und dieselbe Bedingung $A B_0 = A C_0 = B_0 D_0$

sind also nach Theorem II. identisch, d. h. ununterscheidbar.

Diese Orte als Ausgang neuer Dimensionen genommen, würden also die vorhandenen nur reproduciren. Irgend ein anderer Ort der ersten Reihe würde dasselbe Resultat liefern; alle denkmöglichen Unterschiede sind erschöpft.

Drei Dimensionen sind also vorstellbar, mehr nicht. Der nächste Grund war, weil zwischen zwei Gegensätzen nur eine geschlossene Reihe unterscheidbarer gleichwerthiger Wirkungsgrößen denkbar ist, welche alle dieselbe Relation zu diesen Gegensätzen haben. Der nächstvorhergehende Grund, weil eine geschlossene Reihe be-

stimmt ist durch zwei verschiedene gleichwerthige Wirkungsgrößen A und B; und der letzte Grund, weil, sobald eine Existenz B von einer anderen A unterschieden wird, das Bewusstsein den Gegensatz $+ A - A$ vorstellen kann und muss.

Dieses kann auch arithmetisch ausgedrückt werden:

- a) „Zwischen den zwei Gegensätzen $+ 5, - 5$ ist eine Zahl vollständig bestimmt durch Festsetzung ihrer Relation (Unterschied) zu einem der Gegensätze. Sei die Relation zu $+ 5$ gleich 3, so ist die gesuchte Zahl $+ 2$;
- b) zu einer beliebigen Zahl sind nach Festsetzung einer Relation zwei andere Zahlen denkmöglich — unter keiner Bedingung mehr oder weniger als zwei — welche zu der ersten Zahl diese Relation haben. Zu der Zahl 5 haben also 2 und 8 den Unterschied 3.

Durch den algebraischen Formalismus könnte man sich zwar verleiten lassen, zu glauben, dass mit Einführen des D als eines vierten Wg, und dem Auftreten der neuen Relation A D zu den vorher nur denkmöglichen A B und B C, auch eine neue Ortsverschiedenheit, über den nach drei Dimensionen unterscheidbaren Raum hinaus, wie er im vorigen aus den drei Wg gefolgert wurde, potentiell möglich sei.

Dies ist aber nach den gefundenen Theoremen nicht der Fall. Dadurch, dass wir unbestimmte Buchstaben statt reeller Werthe in den algebraischen Formeln benutzen, kommen wir häufig zu complicirten, nach den vier Species richtig zusammengesetzten Formen, die entweder nur einfacher Bestimmbares wiederholen oder auch zuweilen ganz ohne Sinn und Werth sind. Würden in diesen Formeln reelle Werthe, Zahlen statt der Buchstaben gesetzt, so wäre dies sofort erkennbar. Hinter dem x versteckt sich aber zuweilen das sich Widersprechende.

In dem vorliegenden Falle, der Ortsbestimmung, ist nun festzuhalten, dass alles von dem I aus bestimmt wird. Denn das I setzt sich die Wg als ausserhalb seiner, Nebeneinander, und hierdurch setzt es sich selbst als ein Ausserhalb jenen gegenüber, ist also eins von den Vielen im Nebeneinander.

A und B sind nun durch die Relation (A, B) vollständig im Raume gegeneinander bestimmt, einerlei, wie viele Dimensionen derselbe möglicherweise aufweisen kann. Wird also ein C eingeführt, so kann dieses an der Relation (A, B) durchaus nichts ändern, nur das C selbst wird durch die jetzt denkmöglichen Relationen (A, C) ; (B, C) bestimmt. Diese letzteren, fanden wir, können sich so ändern, dass C eine geschlossene Linie durchläuft, welche zwei Orte gemeinsam mit der A B-Reihe hat, und überdies eine Richtung enthält, welche wir als neue Dimension aller in der A B-Reihe enthaltenen Richtungen gegenüber definirten. Wird nun ein D eingeführt, so kann dieses wiederum, wäre auch eine vierte Dimension denkmöglich, an den Relationen (A, B) (A, C) (B, C) durchaus nichts ändern. Der Raum von drei Dimensionen müsste bestehen bleiben, so wie wir ihn bestimmt haben, allen vierten Dimensionen gegenüber; und alle neu auftretenden Relationen bestimmen nur die neu eingeführten Wg; die alten bleiben, wie sie waren.

Führen wir nun nach unserer Methode ein viertes Wg ein, E, und lassen dieses ausgehen von der B C-Reihe, so erhalten wir zu dessen Bestimmung die Relationen (A, B) ; (B, C) ; (C, E) . Aber dieses E kann ebensogut bestimmt werden durch die zwei Relationen (A, B) und (A, E) . Denn nach Theorem I. können wir durch A und E die geschlossene A E-Reihe legen und so das E allen Oertern gegenüber vollständig bestimmen, einerlei, ob ein C existirt oder nicht. Hundert neue Relationen, die mit neu auftretenden Wg aufstellbar werden, bestimmen den Ort E

nicht anders, als er schon durch diese zwei Relationen bestimmbar war.

Setzen wir ein Beispiel von reellen Werthen.

Seien A, B, C drei bestimmte Werthe und seien ihre Relationen als arithmetische Unterschiede bestimmt:

$$\begin{array}{rcl} \text{Der Unterschied } A & B & = 7, \\ \text{„ „ „ } & A & C = 5, \\ \text{so ist „ „ „ } & B & C = 2. \end{array}$$

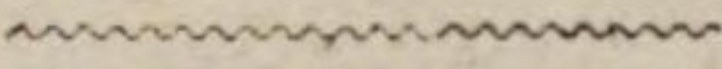
Führen wir jetzt ein E ein, und geben ihm zu C eine beliebige Relation; sei $C E = 12$.

Die Relation C E ändert an den früheren Unterschieden nichts. Setzen wir jetzt $A E = x$ und knüpfen daran die Bedingung, diese Relation solle einen solchen Werth haben, dass sie das E als verschieden bestimme von dem E, wie es aus den zwei Relationen A C, C E sich ergibt; um hieraus eine mögliche neue Art von Zahlreihen zu entdecken. So lange das x stehen bleibt, sieht man nicht ein, warum es unter der gestellten Bedingung nicht ebensogut eine algebraische Berechtigung haben sollte, wie $\frac{0}{0}, n^{-m}$, oder dergleichen. Versucht man aber einen reellen Werth, verschieden von 17, dafür zu setzen, so sieht man gleich, dass es ein Widersinn ist. Manche der Spekulationen über Räume von n-Dimensionen sind diesem Beispiele ähnlich. Berechtigt sind aber diese Versuche, über den empirisch vorhandenen Specialfall eines Raumes von drei Dimensionen hinauszukommen, so lange, **bis bewiesen worden ist, dass dieser scheinbare Specialfall zugleich der Universalfall aller denkmöglichen Existenz sei.**

Wir haben jetzt alle denkmöglichen Orte für ein bestimmtes Wg, ein Wg von bestimmter Grösse gefunden. Der zweite Theil der Aufgabe wird darin bestehen, die denkmöglichen Orte für verschieden grosse Wirkungen zu finden und die Unterschiede ihrer Orte und die Grösse

ihrer Gegensätze unter ein gemeinsames Arithmetisches Maass zu bringen, mit anderen Worten, ihre gegenseitige **Entfernung** zu messen.

Die bis jetzt betrachteten Ortunterschiede konnte man allerdings auch Entfernungen nennen; jedoch waren es nur Entfernungen unter der bestimmten Bedingung, dass nur gleichwerthige Wg gleich grosse Wirkungen auf das I ausübten. Dies kann nun möglicherweise sehr verschieden werden von dem, was wir Entfernung nennen müssen, wenn diese Specialbedingung fallen gelassen wird und wir ein arithmetisches Maass, anwendbar auf alle denkmöglichen Ortunterschiede verschiedener Wg und verschiedener Wirkungen, nothwendig haben.



II.

Widerlegung der Ansichten von Gauss, Riemann, Bolyai u. A.

Hier angelangt, müssen wir die Ansichten derjenigen Mathematiker untersuchen, welche auf Grund analytischer Betrachtungen folgern zu müssen glaubten, dass der Raum von drei Dimensionen etwas empirisch Gegebenes sei. Demzufolge dürften andere Welten, für welche gleicherweise der Satz des Widerspruchs Geltung habe, einen Raum von mehr Dimensionen aufweisen; ja es könnte vielleicht nur eine mangelhafte Konstruktion unserer Sinne die Schuld sein, dass wir auch eine in unserer Welt vorhandene vierte Raumdimension nicht direkt wahrnehmen, wenn sie auch existire. Dieser Konstruktion unserer Sinne wurde dann die Schuld gegeben, dass sich verschiedene, scheinbar nach dem Satze des Widerspruchs aufgestellte Paradoxa nicht lösen liessen.

Gauss scheint zu dieser oder einer ähnlichen Meinung zuerst durch die Lücke in der Geometrie bewogen worden zu sein; durch die althergebrachte Definition der Parallelen aus negativen Eigenschaften, und die irrige Verwendung des Begriffes unendlich als eines positiven, mit dem man, gleichwie mit einer Grösse, etwas Reales construiren könne. Aus der Verbindung solcher Ansichten mit rein geometrischen Betrachtungen der krummen Flächen entstand das mystische Krümmungsmaass der Welt.

Auf diesen Betrachtungen weiterbauend und stets in dem unbehaglichen Gefühle, dass eine Lücke in der Aufeinanderfolge der geometrischen Axiome vorhanden sei, bot sich nun der scheinbare Ausweg, die Euklidische Geometrie als den Specialfall einer allgemeinen Geometrie zu betrachten, welche letztere nur auf dem Satze der Identität beruhe und folglich mit Hülfe der Algebra festgestellt werden könne. Um nun eine solche Geometrie mit der Algebra verbinden zu können, erfand Riemann den Begriff „mehrfach ausgedehnte Grösse.“

Ebenso wie eine algebraische Grösse zu beliebig vielen Potenzen erhoben werden könne, sollten auch die geometrischen Analoga der drei ersten Potenzen: Linie, Fläche, Würfel, im weiteren Fortschritt der Verkörperung zu Räumen von beliebig vielen Dimensionen möglich sein.

Nun ist aber der Begriff: mehrfach ausgedehnte Grösse ein ganz falscher Begriff; d. h. *contradictio in adjecto*.

Der Begriff:

Mehrfach ausgedehnte Grösse
kann gedeutet werden als:

- a) vielfach vergrösserte Grösse,
- b) vielartig (räumlich bestimmbar) vergrösserungsfähige Grösse.

In dem ersten Falle a) ist es die richtige Umschreibung einer arithmetischen Potenz, aber als Begriff eine leere Tautologie; im Falle b) ist sie *contradictio in adjecto*.

Eine Grösse ist Ausdehnung in einer bestimmten Weise, Ausdehnung durch wiederholtes Setzen einer bestimmten Einheit. Von einer mehrfachen (vielartigen) Ausdehnung kann gar keine Rede sein, sonst hört eben der Begriff der Grösse von einheitlicher Qualität, d. h. von Grösse überhaupt auf.

Die Verleitung zu einer solchen Begriffsaufstellung lag allerdings sehr nahe, wegen der steten Substitution.

welche wir uns zwischen den drei ersten Potenzen und den körperlichen Gebilden erlauben.

Nun bedeutet aber doch das algebraische a im Grunde weiter nichts, als diejenige Zahl, welche herauskommt, wenn wir a -mal die Einheit setzen, und substituieren wir dem algebraischen a die Linie a , so wollen wir damit ausdrücken, dass wir uns die Linie a als aus a -mal einer kleinen Linie, welche die Einheit repräsentirt, zusammengesetzt denken.

Das algebraische a^2 bedeutet $a \cdot a \cdot 1$; oder sei $a = 4$, so steht a^2 für 16. Das geometrische a^2 steht aber für 16 Quadrate, ein jedes construirt aus einer Linie von der Grösse $\frac{1}{4}a$. Ebenso heisst a^3 algebraisch 64 Einheiten überhaupt; a^3 geometrisch aber 64 Einheiten, welche jede als ein Würfel von $\frac{1}{4}a$ Kantengrösse bestimmt ist; dieses ist aber eine einfach ausgedehnte Grösse, nichts weniger und nichts mehr. In den algebraischen Potenzen steht überall dieselbe Einheit; in den geometrischen wechselt die Einheit bei jeder Potenz, und wir können das eine nur für das andere substituieren, wenn wir von den Qualitäten abstrahiren und uns lediglich mit der Anzahl der Einheiten beschäftigen. Dadurch wird aber der geometrische Begriff selbst aufgehoben.

Dehnt sich nun die Fläche a^2 zum a -fachen aus, so wird sie gleich $4a^2$, eine einfach ausgedehnte Grösse; aber nimmermehr zum Würfel a^3 . Alle geometrische Konstruktion algebraischer Formeln beruht darauf, dass für das algebraische Eins derselben irgend eins der verschiedenen geometrischen Gebilde substituirt werden kann. Ob dies geschehen kann, hängt von der algebraischen Zusammensetzung der Formel ab. Bei der Deutung algebraischer Gleichungen als Ortbestimmung für gerade oder krumme Linien denken wir ja überhaupt nicht mehr an Flächen und Würfel als Aequivalente der betreffenden Potenzen, weil sie es auch nicht sind; wir

können zuweilen höhere Grade in der Ebene construiren und zuweilen finden wir gar keinen Ort für eine Form niederen Grades.

Dass Riemann diesen Unterschied übersehen, ist wohl kaum anzunehmen; gleichwohl beruhen alle seine falschen Hypothesen auf der Meinung, in dem algebraischen a^3 liessen sich ebenso drei verschiedene Dimensionen unterscheiden, wie in dem geometrischen Würfel a^3 ; er kam schliesslich zu der Meinung: zu jeder algebraischen Form, einerlei, durch welche curiosen Hülfzeichen von Potenzen, negativen Werthen, oder gar Funktions- und Differenzialzeichen dieselben auch zu Stande gekommen sein möchten, müsse sich in einem möglichen Raumgebilde eine äquivalente Form finden lassen.

Auch sucht man in den Lehrbüchern über analytische Geometrie vergebens nach einem filosofischen Nachweis über die Berechtigung der Substitution algebraischer für geometrische Grössen. Weil Linien in ein Proportionalverhältniss ihrer Grössen gesetzt werden können, und gesagt werden darf:

Linie a verhält sich zu Linie b wie Linie c zu Linie d; und dieses der Abkürzung halber geschrieben wird

$$a : b = c : d$$

desshalb wird frisch weiter geschrieben

$$ad = bc$$

was häufig ganz falsch gedeutet werden kann.

Woher es nun kommt, dass der rücksichtslose und zuweilen sinnlose Gebrauch von algebraischen Hülfzeichen dennoch häufig zu Formeln von grossem praktischen Werthe führt, kann erst in der späterhin folgenden Untersuchung über den filosofischen Werth der mathematischen Operationen erörtert werden*). Hier nur soviel, dass es dem Mathematiker obliegt zu zeigen, irgend einer seiner Formeln liege ein denkbarer reeller Werth zu Grunde;

*) Wird einige Monate nach diesem Hefte erscheinen,

er jedoch nicht berechtigt ist, ohne Beweis zu behaupten, dass eine jede Formel, welche er nach den Regeln der vier Species aus Zeichen für ganz unmögliche Werthe zusammenstellt, einen solchen denkbaren Werth besitze. Imaginäre Grössen haben nur unter gewissen Bedingungen eine Bedeutung oder vielmehr eine praktische Anwendbarkeit; fehlen diese Bedingungen, so werden sie sinnlos. Die Zahl aber hat einen Werth unter allen Bedingungen, so lange ein Bewusstsein da ist, welches sie setzt:

Gauss sagt:

„Der Mathematiker abstrahirt gänzlich von der Beschaffenheit der Gegenstände und dem Inhalt ihrer Relationen; er hat es blos mit der Abzählung und Vergleichung der Relationen unter sich zu thun: insofern ist er ebenso, wie er den durch $+1$ und -1 bezeichneten Relationen, an sich betrachtet, Gleichartigkeit beilegt, solche auf alle vier Elemente $+1$, -1 , $+i$, $-i$ zu erstrecken befugt.“

Ganz richtig; aber durch Abzählung und Vergleichung der Relationen kann er nie aus dem Gegenstand Linie den Gegenstand Fläche erzeugen (wie Gauss annimmt), sondern blos die jedem zu Grunde liegenden Einheiten zählen; welche in jedem der obigen Fälle eine verschiedene Einheit ist.

Gauss glaubte in dem Begriff Stelle den allgemeinen Begriff gefunden zu haben, unter welchen der Begriff Zahl subsumirt werden könne. Desshalb nannte er die sogenannten complexen Zahlen (Zeichen, welche unter gewissen Bedingungen zur Bestimmung von Orten im Raume gebraucht werden können), Zahlen. Eine wirkliche Zahl bedeutet allerdings auch eine gewisse Stelle; 6 bezeichnet die Stelle zwischen 5 und 7; aber es bezeichnet ausserdem noch etwas ganz Anderes, nämlich 6 Mal die Einheit. Diese Bedeutung fehlt aber den

complexen Zeichen im Allgemeinen, weil $\sqrt{-1}$ keine Einheit ist; wir könnten dies höchstens Einheit als Schriftzeichen nennen, aber es handelt sich in der Arithmetik um Wertheinheiten. Jeder Versuch, einen allgemeineren Zahlbegriff zu construiren, unter welchen diese complexen Zeichen eingereiht werden könnten, resultirt nur in Verwirrung des Zahlbegriffes überhaupt; denn dieser ist das Grundelement und der bestimmteste, eingeschränkste Begriff, den es überhaupt geben kann. Beim Zahlbegriff kann nicht von Allgemeinbegriff und Specialbegriff die Rede sein. Negative Zahlen und Brüche sind keine Zahlen mehr, sondern Zeichen für gewisse Verhältnisse, sprachlich construirt durch die Verbindung von Zahlwörtern mit Partikeln.

Gauss sagt weiter:

„Sind aber die Gegenstände von solcher Art, dass sie nicht in Eine, wenn gleich unbegrenzte Reihe geordnet werden können, sondern sich nur in Reihen von Reihen ordnen lassen, oder, was dasselbe ist, bilden sie eine Mannichfaltigkeit von zwei Dimensionen, ...

Von einer besonderen Art der Gegenstände soll der Mathematiker jedoch ganz absehen, wie Gauss vorher ganz richtig gefordert hat; aber weil er auf diese Weise nicht weiter kommen konnte führt er doch die besondere Art wieder ein. Er glaubte eben, dass die drei Dimensionen des absoluten Raumes etwas den räumlichen Gegenständen inhärirendes seien.

Sagt man aber statt dessen:

„Sind die denkmöglichen Orte des Raumes gegen einander so bestimmbar, dass sie nicht in Eine, wenngleich unbegrenzte Reihe etc.

so sieht man, dass diese Definition der Dimension mit der von uns gegebenen sich in Einklang bringen lässt; und auf diesem Wege wäre es möglich, die drei Raum-

dimensionen durch ein algebraisches Verfahren zu finden. Man bestimme nämlich die Zahl von Reihen von Reihen, welche alle der Bedingung genügen, dass die eine in jede der anderen auf dieselbe Weise übergehen könne, und eine jede Reihe absolut indifferent in Bezug auf die Gestaltung der übrigen sei. In dieser letzteren Bedingung liegt die Nothwendigkeit der absoluten Regelmässigkeit

Man wird dann finden, dass eine solche Reihe nur in zwei andere ebenso gestaltete Reihen auf solche Weise übergehen kann, dass jede beliebig mit der anderen verwechselbar ist; und der einfachere Grund ist, weil zu jeder Zahl nur zwei, nicht aber drei oder gar n -verschiedene andere Zahlen gefunden werden können, welche von ihr denselben Unterschied haben. Das aber ist die nächste Folge des Satzes vom Widerspruch.

Diese Idee einer mehrfach ausgedehnten Grösse hat dem gefühlten Bedürfnisse so entsprechend geschienen, dass bedeutende Mathematiker selbst reine Funktionsverhältnisse, Aenderungen der Dichte, Temperatur etc. in den Körpern, als zur Erläuterung dieser neuen Dimensionen verwendbar geglaubt haben. Riemann war hier allerdings weniger sanguinisch, da er sagt:

„Dagegen sind die Veranlassungen zur Bildung von Begriffen, deren Bestimmungsweisen eine stetige Mannichfaltigkeit bilden, im gemeinen Leben so selten, dass die Orte der Sinnengegenstände und die Farben wohl die einzig einfachen Begriffe sind, deren Bestimmungsweisen eine mehrfach ausgedehnte Mannichfaltigkeit bilden. Häufigere Veranlassung zur Erzeugung und Ausbildung dieser Begriffe findet sich erst in der höheren Mathematik.“

Wer diesen Sätzen irgend welche Berechtigung zuschrieb, musste allerdings sich veranlasst fühlen, mit der-

selben Berechtigung den Farben auch die Klangfarbe der Töne, die Geschmacksempfindungen etc. anzureihen.

Der letzte Satz zeigt ganz bestimmt, dass Riemann an verschiedene Dimensionen in der Algebra glaubte.

Nichts wäre jedoch ungerechter, als die metamathematischen Spekulationen der Gauss, Riemann, Bolyai einfach vornehm belächeln zu wollen, ohne die Fehler nachweisen zu können. Im Gegentheil, es muss ihnen als Denkern, sind sie auch auf Irrwege gerathen, vor den Empirikern der Mathematik, welche sich nur an das Sinnenfällige halten, was sich bisher als brauchbar erwiesen hat, ein hervorragender Platz zugestanden werden.

III.

Die zur Geometrie nothwendigen Begriffe.

Nach den dargelegten Anschauungen lassen sich die in der Euklidischen Geometrie vorhandenen Lücken auf die mannichfachste Weise überbrücken. So bei dem Parallelenaxiom durch die Aufstellung eines positiven statt eines negativen Begriffs.

Am einfachsten dient hierzu die Benutzung des combinirten Zeit- und Raumbegriffs, der Bewegung.

Hiergegen haben sich nun die strengen Geometer beständig gesträubt, weil Bewegung ein fremdartiger, nicht zur Grössenlehre gehöriger Begriff sei. Muss es nun auch jeder Wissenschaft überlassen bleiben, ihre Elemente beliebig zu wählen, so muss dieselbe sich jedoch je nach ihrer Wahl nicht wundern, wenn sie über eine gewisse Grenze mit ihren Resultaten nicht hinausreicht, der Uebergang zu anderen Wissensgebieten sich sogar als unmöglich herausstellt. Denn die Welt ist keine Anzahl von in sich abgeschlossenen Wissensgebieten, sondern ein einheitliches Ganzes mit continuirlichem Flusse der einen Erscheinung in die andere, und desshalb müssen die zur Erklärung gebrauchten Bestimmungen ineinander übergehen können.

Ausserdem müssten die Geometer aber auch fragen, woher ihre Grundbestimmungen denn stammen; und da muss es klar werden, dass, wenn der Grössenbegriff nicht schon die Bewegung in sich enthält, es gar kein Wunder ist, dass nicht viel mit ihm fertig gebracht werden kann.

Der Grössenbegriff ist nicht etwas absolut Erstes, Gewisses, sondern die Empfindung. Die Thatsache der

Empfindung aber ergiebt zu ihrer Erklärung, wie ausgeführt, die Begriffe: Einheit, Vielheit, Veränderung. Die Begriffe Einheit und Vielheit combinirt zu Grösse sind die Elemente der Zeitwissenschaft, der Arithmetik.

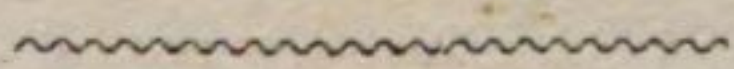
Mit dem Begriff Grösse allein kann aber nimmermehr von Geometrie die Rede sein; hierzu ist noch der !| Begriff Veränderung, Bewegung, nothwendig. Denn 2 nur durch Bewegung kann aus Einheit und Vielheit etwas gestaltet werden. Die Geometrie will aber die Gestalten messen, vergleichen, nicht den abstrakten Grössenbegriff. Sie muss also die Gestalten begreifen, d. h. erzeugen lehren. Alle Axiome der Geometrie, welche dieselbe wesentlich von der Arithmetik unterscheiden, enthalten den Begriff Bewegung. Ausdehnung, Congruenz, sind nicht ohne Bewegung vorstellbar. Zwei Linien schneiden sich, erstrecken sich von einem Punkte aus. Die Winkel werden gemessen durch die Drehung oder die Neigung der Schenkel. Jedes dieser Wörter setzt Bewegung voraus.

Es wäre also besser, diesen Begriff direkt an die Spitze der Geometrie zu setzen; dann ist auch eine genetische Geometrie möglich; welche nicht mehr der sogenannten Beweise bedarf, sondern welche ein jedes Gebilde anschaulich entstehen lässt, wie die Reproduktion einer kosmischen Erscheinung aus den vorher erkannten Bedingungen im fysikalischen Experiment.

Nach Dr. Frischauf findet sich bei Bolyai folgende Stelle — ohne Beweis:

„Könnten jede 3 Punkte, die nicht in einer Geraden sind, in eine Sphäre fallen, so wäre das Euklidische Axiom XI bewiesen.“

Es war also wahrscheinlich nur eine Vermuthung von Bolyai. Nach dem Vorhergehenden war diese Vermuthung richtig, und ist der nothwendige Beweis im Cap. I gegeben worden.



IV.

Bewegung, Entfernung, Denkgesetz im Raume.

Die Bewegung in letzter Abstraktion ist der Uebergang des Bewusstseins von einem Zustand in den andern. Will man das wiederholte Setzen des Ich durch das Bewusstsein auch einen solchen Uebergang eines Zustandes in den andern nennen, nun so findet auch schon Bewegung bei Bildung der Zahlreihe statt, dann ist auch der Begriff Grösse durch Bewegung entstanden, und mit einem solchen Grössenbegriff ist Geometrie möglich.

Wird das Bewusstsein veranlasst, mehrere gleichwerthige Existenzen anzunehmen, welche eine jede dieselbe Wirkung ausüben, so bezeichnet es die Weise, nach welcher es jene unterscheidet, als Richtungsunterschied. Wir fanden, dass es dem Bewusstsein möglich sei, drei verschiedene Systeme solcher Richtungsunterschiede vorzustellen, welche ein jedes indifferent (nach unserer Bezeichnungsweise) zu den anderen sei. Eine jede Richtung kann durch stetig fortschreitende Unterschiede von dem einen System in das andere übergehen.

Bis hierhin betrachteten wir nur gleiche Wg in gleicher Wirkung auf I. Der Satz des Widerspruchs liefert aber die weitere Denkmöglichkeit ungleich starker Empfindungen (von verschiedener Grösse) und zur Erklärung dieser Thatsache stehen dem Bewusstsein zwei Möglichkeiten offen. Entweder kann es solche Wg von ver-

schiedener Grösse (Wirkungsfähigkeit) supponiren, oder durch ein verschiedenes räumliches Verhältniss zu ihm. Nimmt es nämlich zwei verschieden starke Existenzen wahr, ohne denselben einen Richtungsunterschied zuweisen zu können, so muss es diese Wg in derselben Richtung nach Aussen projiciren, muss also in dieselbe Richtung räumliche Unterschiede setzen. Ein logischer Widerspruch liegt nicht in dieser Annahme; sie steht also dem Bewusstsein zur Verfügung.

Bezeichnen wir die im Vorhergehenden betrachteten Wg als von der Wirkung 1, so müssen die denkmöglichen Oerter für die Wg von der Wirkung 2, 3, ... oder $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ... anderswohin verlegt werden, wenn das Bewusstsein durch die betreffenden Vorstellungscombinationen veranlasst ist, diesen Wg denselben inneren Werth wie den ersteren beizulegen.

An denselben Ort zwei unterscheidbare Wg hinzuverlegen, wäre allerdings gegen den Satz der Identität. Fordert die betreffende Empfindung so etwas, so kann das Bewusstsein nur sagen: ein Wg von der Stärke 2 muss dorthin projicirt werden.

Hierbei muss nun der Ortunterschied zweier Wg, als Bewegung gemessen, sich ändern, wenn derselbe Richtungsunterschied von einem Wg in dem Systeme 1 und in dem Systeme 2 durchlaufen wird; denn die zu durchlaufenden Gegensätze von $+A$ bis $-A$ ändern sich ja in ihrer arithmetischen Grösse. Die Grösse der Wirkung eines Wg wird also in einem gewissen Verhältniss zur Grösse der nothwendigen Bewegung stehen, um den Ortunterschied von $+A$ bis $-A$ zu durchlaufen, oder was dasselbe ist, den Ortunterschied von $+A$ bis $-A$ zu messen.

Es handelt sich also darum, ein bestimmtes einheitliches Maass ausfindig zu machen, nach welchem nicht allein alle Ortunterschiede der verschiedenen Grössensysteme (Wirkungssphären), sondern auch die Gegensätze

der als verschieden empfundenen Wirkungen gemessen werden können. Dieses Maass muss ein rein arithmetisches sein. Die Gegensätze der Wirkung stehen in einem solchen arithmetischen Verhältnisse. Also können wir sagen:

Die Aufgabe ist, alle möglichen Beziehungs-
werthe der Wg auf den als Einheit festgesetzten
Werth eines bestimmten Gegensatzes $+A$, $-A$
zu reduciren; d. h. die gegenseitigen Entfer-
nungen der Wg messen.

Die bisher betrachteten Ortunterschiede waren Ver-
hältnissunterschiede, welche sich, als Bewegung gemessen,
mit jeder neuen Wirkungssphäre änderten. Dieselben könnten
nur als ein gegenseitiges Maass der Entfernung (der un-
vermittelten Beziehung) gelten, wenn ihre gegenseitigen
Unterschiede im Vergleich zu dem Gegensatz $+A$, I ; I , $-A$
wie man sagt, unendlich klein wären; wenn also das be-
trachtende I in unendliche Entfernung rückte, und dadurch
für das Maass der weltlichen Entfernungen einfach das
Maass der betrachteten Ortunterschiede substituirt
werden könnte. In diesem Sinne könnte man von einem
Krümmungsmaass der Welt sprechen. Der Astronom setzt
ja auch häufig statt der Entfernung nur die Winkel-
distanz.

Dies würde jedoch für all' unsere Rechnungen und
Anschauungen höchst lästig werden; denn dieselben ge-
winnen eben dadurch die Leichtigkeit und Uebersichtlich-
keit, dass wir das I an einen beliebigen Ort der Welt
hinversetzen, was, wie wir später sehen werden, gleich-
bedeutend ist mit der Berechtigung, die Bewegung als
etwas Relatives aufzufassen.

Wir müssen also das Verhältniss des arithmetischen
Werthes eines Gegensatzes $+A$, $-A$ zu dem arith-
metischen Werthe der Ortunterschiede in der Reihe
 $+A + B - A - B + A$ ausfinden. Dann können wir
alle beliebigen Ortunterschiede beliebiger Wirkungssphären,
einerlei, von welchem Ausgangsorte I betrachtet, durch

rein arithmetische Werthe, Bruchtheile des Gegensatzes $+ A - A$, ausdrücken.

Hierzu führt folgende Betrachtung:

Wir sagten: Um eine Vielheit von Existenzen anschaulich zu unterscheiden, muss das Bewusstsein eine Thätigkeit ausüben, eine Veränderung in der Zeit durchleben, welche Veränderung es räumlich als Bewegung projicirt, um sie betrachten und begreifen zu können. I muss sein Verhältniss zu A, B, C . . . auffassen und projicirt es dieses Verhältniss räumlich, so sagt es: Bewegung in Richtung von I nach A nach B Weil dieses Verhältniss jetzt räumlich angeschaut wird, so ist zugleich der Gegensatz: Richtung A nach I gegeben. Das Bewusstsein kann also im Raume den Ausgangspunkt seiner Anschauung irgend wohin verlegen. Also auch nach A, und vollführt die Bewegung A, B.

Ist die Bewegung von dem einen Orte zum anderen nun derart, dass es nur die direkte unvermittelte Beziehung ist, in welcher irgend welche Unterschiede sich nicht angeben lassen, so nennt man dies Bewegung in gerader Linie; welche von allen möglichen Bewegungen die zweckmässigste zum Maasse der vorher definirten Entfernung ist. Man nennt sie auch schlechthin Entfernung, übereinstimmend mit unserer Definition; und sie muss die kürzeste Linie sein, weil bei ihr alle Vermittelung, Unterschiede der Richtung, welche wieder ein neues Moment in der Thätigkeit des Bewusstseins (Bewegung) veranlassen würden, ausgeschlossen ist. Die Vorstellung der Linie I A oder A I ist also die unmittelbare (unvermittelte) Aufeinanderfolge zweier Momente, zugleich arithmetisch bestimmt als die Hälfte der Grösse des Gegensatzes $+ A$ bis $- A$.

Bewegt sich nun das Bewusstsein in der Anschauung derart, dass es von einem Orte nach anderen in unvermittelter Beziehung fortschreitet, so jedoch, dass es schliesslich zu seinem Ausgangspunkte zurückkehrt, so sagt man:

es hat eine Figur von geraden Linien umschrieben (beschrieben).

Setzen wir nun in der Reihe $+ A + B - A - B + A$ den Ort B' dergestalt, dass die unvermittelte Beziehung von $(A \text{ nach } B)$ der von $(I \text{ nach } A)$ gleich sei (und dies muss möglich sein, weil B von $+ A$ aus alle arithmetischen Werthe von 0 bis $2 \times I A$ durchläuft, einerlei, nach welchem Verhältnisse sich die zugehörigen Ortunterschiede von $+ A$ bis $- A$ ändern), so haben wir eine Figur $(I, + A, B', I)$; und in dieser Figur drei Beziehungswerthe $I A, A B', B' I$, welche arithmetisch einander gleich sind; denn das I kann ganz beliebig seinen Ausgangspunkt von I nach $+ A$ oder B' verlegen, ohne dass die Beziehungsweisen, Wirkungsgrössen und Ortunterschiede von I in Bezug auf die beiden anderen Orte sich irgendwie ändern. Zugleich hat aber auch I bei Beschreibung dieser Figur alle Richtungsunterschiede von $(I, + A)$ bis $(I, - A)$ durchlaufen. Der Richtungsunterschied von $(I, + A)$ zu (I, B') ist also ein Drittel von dem Richtungsunterschiede zwischen $(I + A)$ und $(I, - A)$.

Hiermit sind die Ortunterschiede in der Reihe $+ A + B - A - B + A$ in ein arithmetisches Verhältniss gebracht zu den Unterschieden des Gegensatzes der Wirkung $+ A, - A$.

Wir können vorab dieses Verhältniss folgendermaassen ausdrücken:

„In der Reihe $+ A + B - A - B + A$ lassen sich zwischen $+ A$ und $- A$ zwei Orte: B', B'' , so bestimmen, dass die direkten Beziehungswerthe $+ A, B' = B', B'' = B'', - A = - A, I = I, + A$ sind.“

Die Ortunterschiede sind also auf ein direkt abzählbares Verhältniss zu der stetig fortschreitenden arithmetischen Reihe zurückgeführt, d. h. die Entfernung ist arithmetisch messbar geworden.

Indem nun ein bestimmter Ortunterschied ($+A, B'$) in ein arithmetisches Verhältniss zu dem Gegensatz $+A, -A$ gebracht worden, sind alle beliebigen Ortunterschiede dieser Reihe als Funktion dieses Gegensatzes bestimmt. Denn diese Orte haben ja alle denselben Unterschied; der Fortschritt der Reihe geschieht in absoluter Regelmässigkeit. Die Bestimmung beliebiger anderer Orte in dieser Reihe kann also nach arithmetischen Methoden vor sich gehen.

Da jedoch der Beziehungswerth (Entfernung) zweier Orte nicht identisch ist mit ihrem Ortunterschiede, wir vielmehr zwei in einem bestimmten Grössensysteme (Wirkungssphäre) noch so nahe liegende Orte unvermittelt (in gerader Linie) aufeinander beziehen und doch zwischen dieselben neue Ortunterschiede vorstellen können, deshalb müssen die arithmetischen Verhältnisszahlen des Gegensatzes der betreffenden Grösse und der Ortunterschiede irrational zu einander sein. Oder anders ausgedrückt: Richtungsunterschied und Wirkungsunterschied sind Artbestimmungen, welche als solche, weil qualitativ verschieden, nicht unmittelbar aufeinander reducirt werden können, also einer und derselben Grösseneinheit gegenüber incommensurabel bleiben. (Für die allerdings nothwendige Ausführung dieses Satzes muss auf das folgende Heft verwiesen werden).

Wie vorher wiederholt bemerkt, müssen, um die Regel der Konstruktionen des Bewusstseins zu finden, die Wg vorab als gleichwerthig vorausgesetzt werden. Dasselbe thut der Arithmetiker, indem er das abstrakte Zahlzeichen 1 beständig gebraucht. Wir sind jedoch nicht von dieser Abstraktion ausgegangen, oder deren Analoga, wie Punkt, Linie etc., sondern deren filosofische Berechtigung sollte erst erwiesen werden durch das Ausgehen vom thatsächlich Empfundenen, den Wg. Deshalb ist unsere erste Wissenschaft die Mechanik und erst durch

Eliminirung verschiedener Specialbegriffe lässt sich aus ihr die Arithmetik und die Geometrie ausscheiden.

Wir setzten also vorab die Wg als gleichwerthig voraus, und überlassen es dem Bewusstsein, ob es später zu seinen verschiedenen Vorstellungscombinationen die Erklärung zulassen will, die Wg seien verschieden, oder aber sie seien gleich und die Verschiedenheit durch ihr verschiedenes Nebeneinander zu begreifen.

Das oberste Denkgesetz wird also die Regel sein, nach welcher das Bewusstsein aus vorausgesetzten gleichwerthigen Wg das verschiedene Nebeneinander nach ihrer verschiedenen Wirkung sich erklärt; denn die Denkmöglichkeiten bei gleicher Wirkung haben wir im Vorausgehenden bestimmt.

Es könnte nun scheinen, als wenn eine solche Regel verschiedenartig ausfallen könnte, je nach der Art oder Stellung der Wg. Nach unserer Auffassung ist dieses jedoch nicht der Fall; denn jede Empfindung ist das Produkt von I und Wg. Ist in einem bestimmten Produkt (einerlei, ob dieses ein arithmetisches oder irgend ein qualitatives) nun ein Faktor bestimmt, so ist auch der andere dadurch mittelbar bestimmt.

In unserem Produkt, Empfindung von bestimmter Grösse, ist aber der Faktor I stets bestimmt nach dem Satze der Identität, also auch der andere Faktor Wg. Oder: bei jeder Empfindung von bestimmter Grösse kann das I den Faktor Wg nur in ein bestimmtes System (Sfäre) von Möglichkeiten des Nebeneinander setzen.

Hieraus folgt in Verbindung mit dem Vorhergegangenen, dass das Bewusstsein die Entfernung eines Wg nach dem umgekehrten quadratischen Wurzelverhältniss der empfundenen Wirkung construirt.

Um Missverständnissen vorzubeugen, sei bemerkt, dass hier nicht von der Stärke der Empfindung die Rede

ist, wie sie in unserem Nervenorganismus sich summirt (dies geschieht bekanntlich nach einer anderen Formel); sondern die Stärke der Empfindung, wie sie ein I auf die hypostasirte Ursache Wg als Vorstellung übertragen muss. Diese Grösse der Ursache (Anschauungsquantum) wird vorgestellt als Grösse der Masse; und indem wir diese Vielheit von Massengrössen in einen Allgemeinbegriff zusammenfassen, als *Materie*.

Was wir also gewöhnlich das Galilei-Newton'sche Gesetz nennen, ist eine allgemein gültige Regel des vorstellenden Bewusstseins, welche nie durch eine andere ersetzt werden kann, wenn wir nicht die Identität des Bewusstseins aufgeben wollen und damit zugleich alle Möglichkeit eines vernünftigen Begreifens.

Die Aufgabe der Mathematik ist es nun, die Orte der Wg so zu bestimmen, dass dieser logischen Forderung genügt wird. Jedes Wg, welches anders bestimmt wird, ohne dass sich ein direkter Widerspruch mit der Beobachtung ergibt, ist kein wirkliches Atom, sondern ein Complex von Atomen.

Hierbei ist noch zu bemerken, dass die Wirkung der Wg aufeinander ebensogut als anziehend wie abstossend relativ aufgefasst werden kann, je nach der Bequemlichkeit der Rechnung.

Alle messbaren Beobachtungen haben auch das beständige Stattfinden dieser Regel gezeigt. Nur wo die direkte Beobachtung unmöglich wurde, hat man abweichende Schlüsse gezogen; was jedoch eher zu dem Schlusse führen sollte, dass unsere Hypothese über die Vertheilung der Wg in den Körpern eine unrichtige ist, oder ihr respektiver Bewegungszustand nicht berücksichtigt worden, oder auch dass die Analyse zuweilen unbestimmte Resultate liefert. Zur Erklärung der Lichtwellen brauchte Cauchy eine Kraftwirkung, wie die 4., Briot eine von der 6. Potenz der Entfernung. Die gewöhnliche nach der 2. kann jedoch ebensogut gebraucht werden, es hängt dies

nur von der Anordnung der Atome ab. Weder Cauchy noch Briot gingen von einem homogen den Raum erfüllenden Aether aus. Ein solcher muss vorgestellt werden als gruppirt nach den Ecken des regelmässigen Tetraeders; und diese Anordnung ergiebt die Anwendbarkeit des Newton'schen Gesetzes. Cauchy dachte sich den Aether concentrisch geschichtet. Auf diese Weise kann aber kein Raum homogen erfüllt werden. Ausserdem ist es noch fraglich, ob die Formeln Cauchy's bestimmte eindeutige Resultate liefern.

Sodann führt man gewöhnlich an, dass die Cohäsionserscheinungen nicht auf obige Regel zurückzuführen seien. Setzt man jedoch z. B. beim Eisen voraus, dass nur die Kanten seiner Crystalle Orte der Atome sind, in solchem Verhältniss, dass sich die Entfernungen zweier aufeinanderfolgenden Atome zu derjenigen der gegenüberliegenden Crystallkanten verhalten wie $\frac{1}{4}$ -Millimeter zu 3 Billion Meilen, so reicht das obige Kraftgesetz zur Erklärung der Schwere, wie der Cohäsion aus. Weshalb solche Verhältnisse der Entfernung aber unzulässig sein sollten, ist nicht abzusehen. Figurirt doch vielleicht unser ganzes Sonnensystem in der Thätigkeit eines anderen Organismus nur mit dem Werthe eines Molekel. Wem so etwas zu fantastisch klingt, ist vielleicht zu folgender Betrachtung geneigter: Angenommen, die Vollkommenheit unserer Instrumente erlaubt unserer Betrachtung einmal millionenfach entferntere Räume, unser Sonnensystem gilt dann vielleicht in einem weiteren Systeme so viel, wie jetzt ein einzelner Planet in unserem Sonnensysteme. Würde dann nicht die Dichtigkeit des Eisens im Verhältniss zur mittleren Stoffdichtigkeit des Sonnensystems ebenso grosse Verhältnisszahlen nothwendig machen, wie bei obiger Konstruktion des Eisens?

Das Galilei-Newton'sche Gesetz ist also weiter nichts, als die einfache causale Verknüpfungsform der Wg nach dem Satze

des Widerspruchs. Ohne causale Verbindung würde das Bewusstsein nicht einmal zu einem Chaos von Empfindungen gelangen, sondern die ganze Welt würde ihm in einer einzigen ununterscheidbaren Empfindung verschwommen sein, zu einer bestimmten, klaren Vorstellung unbrauchbar. Die Möglichkeit auch nur zweier unterschiedener Empfindungen setzt die causale Verbindung derselben; und deshalb auch die allerdenkmöglichen anderen.

Das Bewusstsein wird nun bei uns in einem Organismus angetroffen, der die Fähigkeit hat, viele Empfindungen gleichzeitig zu haben, oder aber, die Vorstellungsbilder vieler Empfindungen gleichzeitig in sich zu reproduciren; so die Vorstellung eines Vielecks, ohne die Ecken erst zu zählen. Das Bewusstsein aber muss die diskursive Setzung des I ausführen, d. h., es muss jede einzelne Bewegung vorerst bewerkstelligen, jede Ecke zählen, um das Material zu einem solchen später möglichen Vorstellungsbilde zu sammeln. Von einem Begreifen kann ohne eine solche Zergliederung bis in das letzte Atom keine Rede sein.

Hiermit erledigen sich auch alle die Vexirfragen und die in ihrer Aufstellung nichtssagenden Behauptungen, z. B.: es sei unmöglich, aus dem Begriffe drei und gerade Linie den Begriff Dreieck abzuleiten etc.

V.

Die drei Dimensionen des Raumes abgeleitet aus dem Begriff Bewegung.

Aus dem Begriffe Bewegung, welcher zugleich Combination und Grundelement der Begriffe Zeit und Raum ist, lassen sich gleichfalls die Denkmöglichkeiten innerhalb dieser Anschauungsformen ableiten.

Der empfundene Richtungsunterschied von A und B nach I muss sich als räumlicher Unterschied anschauen lassen; und dies geschieht durch die Bewegung von A nach B. Hiermit ist, wie vorhin ausgeführt, die Bewegungsmöglichkeit in der Folge $+A + B_0 - A - B_0 + A$ gesetzt; damit zugleich der Bewegungsgegensatz $+A - B_0 - A + B_0 + A$. Diese Gegensätze sind angeschaute Gegensätze, müssen also durch eine stetige Ordnung von Unterschieden von derselben Art wie die Ordnung der ersten Bewegung in einander übergehen und in diesem Uebergange denkmögliche und denknothwendige Orte bezeichnen können.

Hiermit sind aber die Gegensätze der Bewegung erschöpft, und ein ausserhalb ihrer liegender Ort nicht mehr denkmöglich.

Geometrisch gesprochen:

Die in sich durch stetige Unterschiede zurücklaufende Bewegung setzt den Gegensatz der Rich-

tung; die rechtsläufige und die linksläufige. Beide Gegensätze können durch stetige Unterschiede derselben Art in einander übergehen; die rechtsläufige wird allmählig indifferent (senkrecht) zu ihrer ersten Richtung und geht dann allmählig in ihren Gegensatz, die linksläufige über. Bei dieser Bewegung werden alle denkmöglichen Orte einer bestimmten empfundenen Grösse Wg beschrieben.

VI.

Die Bewegungsparadoxa von C. Neumann.

Zur Prüfung des Werthes der hier entwickelten Anschauungsweisen wollen wir dieselben anwenden auf die Lösung der bisher aufgestellten Dilemmen über Bewegung und Definition körperlicher Gebilde.

Sehr interessant sind dazu die Paradoxen, welche Dr. C. Neumann*) aufgestellt hat, und woraus er die Mangelhaftigkeit der Galilei-Newton'schen Theorie folgern zu müssen glaubte. Denn eben diese Theorie ist im Vorhergehenden dargestellt worden als etwas Allgemeingültiges, was in keiner Welt, wo unser Denken stattfindet, anders sein kann.

Neumann findet Widersprüche, wenn man die Bewegung als etwas Relatives auffasse; sie müsse etwas Absolutes sein, und um dies sein zu können, müsse irgendwo im Weltall ein absolut unbeweglicher Körper **Alfa** existiren, von dem aus die Bewegung messbar sei.

Als Bestimmungen dieses Körpers findet er:

„Der Körper Alfa ist ein System von mindestens drei starr verbundenen Punkten.

Der Körper Alfa kann ersetzt werden durch die Hauptträgheitsaxen eines nicht starren materiellen Körpers (auch durch die Hauptträgheitsaxen des Weltalls).

*) Ueber die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie von Dr. C. Neumann. Leipzig 1870.

Der Körper Alfa kann ersetzt werden durch irgend einen andern Körper, falls dieser letztere eine geradlinige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit in Bezug auf den ersteren hat.“

Das Paradoxon, welches ihn zu dieser Hypothese führte, war folgendes:

„Nehmen wir an, dass unter den Sternen sich einer befinde, der aus flüssiger Materie besteht, und der wie etwa unsere Erdkugel in rotirender Bewegung begriffen ist um eine durch seinen Mittelpunkt gehende Axe. In Folge einer solchen Bewegung, in Folge der durch sie entstehenden Centrifugalkräfte wird alsdann jener Stern die Form eines abgeplatteten Ellipsoids besitzen.

Welche Form wird, fragen wir nun, der Stern annehmen, falls plötzlich alle übrigen Himmelskörper vernichtet würden?

Jene Centrifugalkräfte hängen nur ab von dem Zustande des Sternes selber; sie sind völlig unabhängig von den übrigen Himmelskörpern. Folglich werden, so lautet unsere Antwort, jene Centrifugalkräfte und die durch sie bedingte ellipsoidische Gestalt ungeändert fortbestehen, ...

Wir können aber, falls die Bewegung als etwas nur Relatives, nur als eine relative Ortsveränderung zweier Punkte gegen einander, definirt wird . . . zu einer ganz entgegengesetzten Antwort gelangen. Denken wir uns nämlich sämtliche übrigen Weltkörper vernichtet, so sind jetzt im Universum nur noch diejenigen materiellen Punkte vorhanden, aus denen der Stern selber besteht. Diese aber besitzen keine relative Ortsveränderung, befinden sich also (auf Grund der für den Augenblick acceptirten Definition) in Ruhe. Folglich wird der Stern — so lautet unsere gegenwärtige Antwort — von dem Augenblicke an, wo die übrigen Welt-

körper vernichtet sind, sich im Zustande der Ruhe befinden, mithin die diesem Zustande entsprechende Kugelgestalt annehmen.

Ein so unleidlicher Widerspruch kann nur dadurch vermieden werden, dass man jene Definition, die Bewegung sei etwas Relatives, fallen lässt, also nur dadurch, dass man die Bewegung eines materiellen Punktes als etwas Absolutes auffasst; wodurch man dann zu jenem Princip des Körpers Alfa hingeleitet wird.“

Gar kein Widerspruch ist hier nach unserer Ableitung vorhanden; nur ist bei Neumann's Betrachtung vergessen, dass nach Vernichtung aller übrigen Körper, ausser dem rotirenden Ellipsoid noch etwas Anderes in der Welt übrig bleibt, nämlich der Beobachter, die Existenz, welche jenes Ellipsoid von seinem Standpunkte aus als ein rotirendes Ellipsoid auffasst. Diese Existenz ist nicht identisch mit jenem Körper, sondern liegt (philosophisch gesprochen) ausserhalb desselben; mathematisch gesprochen, kann diese Existenz an irgend einem Punkte des Raumes innerhalb oder ausserhalb des Ellipsoids liegen. Von dieser Existenz aus werden die verschiedenen Punkte des Ellipsoids als Wirkungsgrössen aufgefasst, die in gegenseitiger Veränderung in Bezug auf I begriffen sind; und demgemäss als Ellipsoid, nicht als Kugel, in den Raum hinein construirt, einerlei, ob es noch andere Sterne giebt oder nicht. Sollte jedoch das unmögliche Kunststück gefordert werden, uns selbst aus dem Raume hinwegzudenken, dann ist eben eine Welt supponirt, von der uns gar keine Wahrnehmung möglich ist, die für uns nicht existirt; dann kann auch von keinem Fragen nach deren Zustand die Rede sein.

Zweites Paradoxon:

„Geht man von der Vorstellung aus, die Bewegung sei etwas Relatives, so würde, falls im

Universum nur zwei materielle Punkte sind, die einzig mögliche Bewegung derselben in einer gegenseitigen Annäherung oder Entfernung bestehen. Demnach würde die Richtung dieser Bewegung fortdauernd zusammenfallen mit der Richtung der nach dem Newton'schen Gesetze zwischen den beiden Punkten vorhandenen Anziehungskraft. Hieraus würde folgen, dass die beiden Punkte nothwendiger Weise nach einer gewissen Zeit ineinanderstürzen, dass also z. B. zwischen Erde und Sonne ein solcher Zusammensturz erfolgen müsste, falls plötzlich alle übrigen Weltkörper verschwinden

Hiergegen ist nun zuerst zu bemerken, dass Sonne und Mond keine Punkte, sondern in drei Dimensionen ausgedehnte Körper sind, die in Folge dessen sich ganz anders benehmen, als wenn jeder in seinem Schwerpunkte concentrirt wäre.

Da jedoch ausser Sonne und Mond auch noch der Beobachter da ist, so wird dieser die Bewegungen in derselben Weise wie vorher räumlich construiren, einerlei, ob die übrigen Körper verschwunden sind oder nicht.

Dieser Beobachter, das Ich, gilt allerdings räumlich nur als ein einziger Punkt. Wenn wirklich eine Welt existiren könnte, in welcher ausser dem Beobachter nur noch zwei Existenzen als mathematische Punkte vorhanden wären, anstatt der unbeschränkt vielen, welche bei Sonne und Erde existiren, so würde das I diese Welt allerdings anders construiren als nach dem Newton'schen Gesetze in drei Dimensionen. Nach den von uns ausgeführten Ableitungen würde das I eine solche Welt nur in zwei Dimensionen räumlich projeciren, und das Naturgesetz würde sein: Wirkung im umgekehrten Verhältniss der einfachen Entfernung. Die Bewegung der beiden Punkte um den gemeinsamen Schwerpunkt würde deshalb aber nicht aufhören, dieselben also auch nicht ineinanderstürzen.

Versuchen wir nun, die Denkmöglichkeiten anders gestalteter Welten zu erörtern, so kommen wir etwa zu folgenden Resultaten:

Giebt es nur ein Wg ausser dem I, so liegt nur die Möglichkeit einzelner verschieden starker Empfindungen vor. Das Bewusstsein kann diese nun durch Verschwinden des ersten Wg und Schöpfung eines neuen verschiedenen Wg erklären, oder durch Veränderung der Orte des einen beständigen Wg. Bei einem Wg kann jedoch von Orten eigentlich keine Rede sein, sondern nur von einem Aussen, Raum ohne Dimensionen; denn Dimensionen entstehen erst, wenn ihr Gegensatz, wenigstens zwei, unterschieden werden können. Ebenso ist der Begriff Linie erst bei wenigstens zwei Linien möglich. Sind aber keine Dimensionen vorhanden, so liegt auch gar kein Grund vor, dass dem Wg für eine verschiedene Entfernung eine verschiedene Wirkung beigelegt werden müsse. Diese ganze Welthypothese ist also ein Widersinn.

Wir könnten nun nach der gewöhnlichen Anschauungsweise denken, es wäre eine Welt möglich, von vielen Wg beständig auf einer geraden Linie verweilend, also in einer Dimension. Dann müsste das I auch in dieser Linie liegen, sonst wären es wiederum mehrere Dimensionen. In diesem Falle würde aber das I nur eine beständige Summenwirkung der Wg erfahren, denn ihre hypothetische Ortänderung würde keine Aenderung der Wirkung hervorrufen. Nach unserer Anschauungsweise aber würde das Bewusstsein nur ein Wg setzen von der Summenwirkung all der hypothetischen, in einer anderen Vorstellung unterscheidbaren Wg. In einem Raume von Dimensionen hat allerdings das Bewusstsein die Möglichkeit, durch Combination der Wg, welche in anderen Richtungen liegen, auf eine Zusammensetzung des Summen-Wg in der einen Richtung zu schliessen. Bei einer Welt, welche nur in einer Richtung liegt, ist ihm diese Möglichkeit des Unterscheidens aber genommen. Der Fall wäre also von dem vorhergehenden

nicht zu unterscheiden. Man darf sich nicht darauf berufen wollen, dass uns eine gedachte Welt (in einer Linie) in der Zeit verlaufend, möglich ist; denn eben dieses Denken ist nur dadurch ermöglicht, dass wir aus einer Welt von einer Vielheit von Wg in Veränderung, also einer Welt in drei Dimensionen, Vorstellungen angesammelt haben, welche wir reproduciren und combiniren. Eine solche gedachte Welt hat deshalb doch wiederum drei Dimensionen.

Eine Welt in einer Dimension ist also nicht vorstellbar.

Die Abstraktion einer Welt in zwei Dimensionen scheint eher möglich. Aber auch hier entwickeln sich Widersprüche, sobald wir etwas mehr, als rein mathematische Grenzbestimmungen, irgend etwas unseren Sinnen Analoges hinein zu construiren oder als dort vorhanden anzunehmen versuchen.

Es kann jetzt auch die Antwort gegeben werden, wo der Körper Alfa, welchen Neumann als existirend fordert und dessen nähere Bestimmungen er mathematisch richtig abgeleitet hat, wo dieser Körper zu finden ist. Die complicirten Rechnungen, welche er dazu vorschlägt, sind ganz unnöthig.

Dieser Körper besteht aus den drei nothwendigen Existenzen, welche in ihrer Wirkung auf das Bewusstsein den Raum in drei Dimensionen mit den Bewegungen nach dem Galilei-Newton'schen Gesetze denkmöglich und denknothwendig machen.

Das Bewusstsein ist ungehindert, den Ausgangspunkt seiner Betrachtungen irgendwohin zu verlegen; daher stammt die Unbestimmtheit des Körpers Alfa. Am einfachsten ist es natürlich, diesen Ausgangspunkt an den Schneidepunkt der Hauptträgheitsaxen der im Problem zu betrachtenden Wg zu verlegen; nothwendig

aber gar nicht. Und von den vorhandenen Wg können drei irgend beliebige als diese drei nothwendigen Existenzen, angenommen werden, nur nicht solche, welche in derselben Ebene mit I sich befinden; sonst wäre eine Welt von zwei Dimensionen vorausgesetzt.

Wenn Neumann nun schliesslich sagt:

„Unmöglich ist es nicht, dass dieser Körper Alfa durch eine andere Theorie überflüssig gemacht werde“,

so ist dies nach dem hier Ausgeführten irrig. Ein jedes Denken nach dem Satze des Widerspruchs setzt sich bei Vorhandensein von mindestens drei Existenzen ausserhalb des Bewusstseins diesen ideellen Körper. Ob wir dann die Bewegung als absolut oder als relativ betrachten wollen, hängt davon ab, ob wir von dem auffassenden Ich abstrahiren oder nicht. Sprechen wir nach Art der Philosophen, die das Ich stets mit in Rechnung ziehen, so setzen wir diesen Körper, und machen dadurch die Bewegung zu etwas Reellem, Absoluten. Sprechen wir nach Weise der Mathematiker nur von materiellen Körpern, so abstrahiren wir vom stets mitexistirenden Ich, machen die Bewegung zu etwas Relativem, was aber für alle Zwecke der Rechnung hinreicht.

VII.

Das geometrische Paradoxon Kant's.

Alle bisher als unlösbar aufgestellten geometrischen Paradoxa oder vielmehr Definitionsforderungen lassen sich auf den von Kant ausgeführten Typus vom rechten und linken Handschuh zurückführen; was ihn bekanntlich zur Postulirung eines absoluten Raumes, unabhängig von dem Dasein der Körper, führte. Kant spricht bei Behandlung dieser Frage oft zweideutig, und Gauss, der nicht alle Schriften Kant's gekannt zu haben scheint, wurde zu der Meinung verleitet, es herrsche ein Widerspruch in Kant's Ausführungen.

Kant sagt:

„Wenn zwei Dinge in allen Stücken, die an jedem für sich nur immer erkannt werden können (in allen zur Grösse und Qualität gehörigen Bestimmungen), völlig einerlei sind, so muss doch folgen, dass eins in allen Fällen und Beziehungen an die Stelle des andern könne gesetzt werden, ohne dass diese Vertauschung den mindesten kenntlichen Unterschied verursachen würde. In der That verhält sich dies auch so mit ebenen Figuren in der Geometrie; allein verschiedene sfärische zeigen, ohnerachtet jener völligen inneren Uebereinstimmung, doch eine solche im äusseren Verhältniss, dass sich eine an die Stelle der

anderen gar nicht setzen lässt, z. B. zwei sfärische Triangel von beiden Hemisfären, die einen Bogen des Aequators zur gemeinschaftlichen Basis haben, können völlig gleich sein in Ansehung der Seiten sowohl, als der Winkel, so dass an keinem, wenn er allein und zugleich vollständig beschrieben wird, nichts angetroffen wird, was nicht zugleich in der Beschreibung des andern läge, und dennoch kann eines nicht an die Stelle des andern gesetzt werden, und hier ist denn doch eine innere Verschiedenheit beider Triangel, die kein Verstand als innerlich angeben kann, und die sich nur durch das äussere Verhältniss im Raume offenbart, so sind bei der rechten und linken Hand keine inneren Unterschiede, die irgend ein Verstand denken könnte und dennoch lehren die Sinne dieselben als verschieden.“

Nach unserer Anschauungsweise hat Kant ganz Recht, dass bei der rechten und linken Hand innerliche Unterschiede vorhanden sind; hat aber Unrecht, zu behaupten, dass dieselben nicht beschrieben werden könnten.

Beschreibung, Definition, ist nach uns: In der Vorstellung erzeugte Form eines Körpers durch das Bewusstsein nach dem Satze des Widerspruchs. Um nun die linke Hand entstehen zu lassen, übt das Bewusstsein eine ganz andere Thätigkeit aus, als bei der rechten Hand. Das Bewusstsein ist äusseren Dingen gegenüber ein Ort zwischen anderen Orten, nur mit dem Unterschiede, dass es diesen Ort, und damit den Körper Alfa, beliebig wählen kann. Während der vorstellenden Erzeugung eines Dinges, der Definition, muss es aber den einmal gewählten Ort beibehalten.

Werden die Dinge nun als gleich erkannt und beschrieben, ohne auf den Beobachter, das Bewusstsein, Rücksicht zu nehmen — und Kant hält sie damit für vollständig beschrieben — so ist eben ein Verhältniss

übersehen, was zu ihrer vollständigen Beschreibung nothwendig ist; nämlich ihr Verhältniss zum I; denn wenn dies ein Ding erkennen will, so setzt es sich in ein Verhältniss zu den das Ding bildenden Wg.

Liegen nun die als gleich erkannten Dinge — die in Wirklichkeit aber nicht gleich sind, sondern nur gleich, so lange wir von der nothwendigen Mitexistenz des I abstrahiren — nur in zwei Dimensionen, so kann das Bewusstsein in allen Fällen seinen Standpunkt im Raume so wählen, dass es von den die beiden Gebilde erzeugenden Wg auf die gleiche Weise afficirt wird. Liegen die beiden Gebilde jedoch in drei Dimensionen, so ist dies nicht immer möglich. Um die Vorstellung der rechten Hand zu erzeugen, muss das Bewusstsein eine rechtsläufige Bewegung (Verbindung der constituirenden Wg) unternehmen; zur Vorstellung der linken die entgegengesetzte. Rechte und linke Hand werden also erst gleich, wenn wir den Faktor Bewusstsein aus dem Produkt Hand eliminiren.

Die rechte Hand wäre nur der linken Hand gleich, wenn diese Hände als solche auch ohne Dasein eines Bewusstseins dieselbe Existenz als Hände hätten; und dass dies letztere nicht sein kann, hat Kant bewiesen; eine hundertjährige Kritik hat ihm Recht gegeben. Es ist dies zugleich die kürzeste Widerlegung der Ansicht, wonach zugleich ein subjektiver und ein objektiver Raum von genau denselben Eigenschaften vorhanden sein solle.

Kant will nun die Frage lösen durch die Forderung eines absoluten Raumes:

„Damit ist dargethan, dass in der Beschaffenheit des Raumes Unterschiede angetroffen werden, die sich nur auf den absoluten Raum beziehen.“

Eine weitere Erläuterung dieses Begriffes oder Entwicklung der Eigenschaften dieses absoluten Raumes fehlt bei Kant.

Wir können nach Obigem das Postulat absoluter Raum ebenso als berechtigt gelten lassen wie den Körper Alfa; können aber gleicherweise diesen absoluten Raum näher bestimmen als:

Dieser absolute Raum ist:

Die Vielheit von Existenzen in Wechselwirkung; das Dasein einer Anzahl von Wirkungsgrössen. Giebt es deren nur drei (inclusive I), so ist nur ein absoluter Raum von zwei Dimensionen denkmöglich. Giebt es deren vier oder unbeschränkt viele mehr, so ist ein Raum von drei Dimensionen denkmöglich.

Hieraus kann man direkt folgern, dass nur drei Punkte in der Ebene und vier im Raume so bestimmt werden können, dass ihre gegenseitigen Entfernungen gleich sind; also nur eine Figur (das Dreieck) und ein Körper (das Tetraeder) diese Eigenschaft haben können.

Die Definition des absoluten Raumes liesse sich auch wie folgt geben:

Der absolute Raum ist die correspondirende Anschauung des Begriffes veräusserte Empfindung oder, die Projektion nach Aussen der Vorstellung einer Vielheit von Grössen in Veränderung.

Nach der hier gegebenen Ableitung liegt allerdings ein Bedürfniss nicht vor, die Wortverbindungen: absoluter Raum, Körper Alfa, fernerhin noch zu gebrauchen.

VIII.

Die Anschauungsformen des Bewusstseins.

Wir fanden, dass alle Existenz oder vielmehr alle Vorstellungen von einer Welt gewisse Formen aufweisen, unter welchen sich ihr Dasein und ihre Veränderungen bestimmen lassen.

Als solche allgemeine Anschauungsformen des Bewusstseins wurden bestimmt:

Das Ich, als die stets identische Form, unter welcher das in diskursiver Setzung lebende (fortschreitende) Bewusstsein sich selbst in der Welt setzt; als ein Element unter vielen anderen.

Zeit, als die einfach ausgedehnte Form eben dieser diskursiven Setzung von Vorstellungen.

Raum, als die nach drei Dimensionen unterscheidbare Form einer denkmöglichen Vielheit in jeder Zeitsetzung.

Diese zwei Formen des Nacheinander und Nebeneinander gewähren die Möglichkeit der Veränderung, d. h. der Existenz einer Welt überhaupt.

Diese beiden Formen können also zusammengefasst werden als:

Bewegung, die Anschauungsform, unter welcher wir uns die Veränderungen der Vielheit von Existenzen vorstellen.

Weiterhin ergab sich:

Masse, als die Anschauungsform, unter welcher wir uns die Ursache der Empfindungen, also die Wg, nach Zahlgrössen gemessen und nach Raumbestimmungen fixirt vorstellen. Den weiteren Urtheilen des vorstellenden Bewusstseins blieb es vorbehalten, ob es in der Welt einem fraglichen Wg nur die Einheit oder eine Mehrheit als Wirkungswerth zuschreiben will*). Deshalb wenden wir auch diesen gleichen Begriff — Masse — an, wenn wir eine Vielheit von räumlich unterscheidbaren Wg aus analytischen oder sonst praktischen Gründen als ein Individuum aus dem Weltganzen ausscheiden wollen. Masse ist also die Form, unter welcher wir die Zahlgrösse oder die Summen der Wg betrachten; eine arithmetische Funktion der Grösse der Empfindung, wenn wir diese auf einen als ruhend vorgestellten Ort oder Complex von Orten beziehen.

Materie ist sodann der aus den Einzelmassen abstrahirte Allgemeinbegriff.

Die Art und Weise nun, wie das Bewusstsein einzelne Wahrnehmungen miteinander verbindet, Material aufspeichert zur Gewinnung von Vorstellungen und Begriffen, nennen wir Form der Causalität; also eine Verbindungsform den vorher erwähnten Anschauungsformen gegenüber. Diese Verbindungsform angewandt auf die nach Zeit und Raum angeschauten Veränderungen ergab das Denkgesetz im Raume.

*) Für die hartnäckigen Liebhaber einer vierten Dimension wäre also in der Masse, definirt als unterscheidungsmögliche (wenn auch nicht für unsere Sinne, so doch für unser Abstraktionsvermögen) Vielheit von Existenzen an einem Orte des Raumes von drei Dimensionen, die Gelegenheit, eine solche aufzuspüren. Dass man statt dessen häufig die Zeit zu einer solchen hat machen wollen, rührt von der Unbestimmtheit her, in welcher die mathematische Definition des Begriffes „Dimension“ geblieben ist.

Das vorstellende Bewusstsein objektiviert aber auch diese Verbindungsform, indem es den Einzeldingen Kräfte beilegt, und spricht deshalb von einem Gesetz der Naturkräfte, statt von einem Denkgesetz im Raume.

Da bei diesen Vorstellungen nun das Element I, auf welches das Bewusstsein alle empfundenen Veränderungen bezieht, beständig dasselbe identische bleibt, so kann diese Verbindungsform der Massen, das Kräftegesetz, nur durch eine mathematische Funktion ausgedrückt werden. Verschiedene Kraftgesetze sind also unmöglich.

Der algebraische Formalismus mag immerhin den Ausdruck dieses Gesetzes als den Specialfall einer anderen algebraischen Formel ansehen; also z. B. das Newton'sche Gesetz als Specialfall des Weber'schen. Im logischen Denken ist jedoch das Newton'sche das Kraftgesetz überhaupt. Das Weber'sche dagegen ist die algebraische Form eines Hilfsbegriffes, sehr zweckmässig, so lange wir die Erscheinungen noch nicht in ihre letzten mechanischen Elemente auflösen vermögen; nach unserer Terminologie — so lange wir die wirklich letzten Atome, die Wg, deren betreffende Orte und Bewegungszustände noch nicht aufgefunden haben. Auf der zweckmässigen Erfindung und dem richtigen Gebrauche solcher Hilfsbegriffe beruhen allerdings sowohl die eleganten Kniffe der mathematischen Analyse, wie auch die Erklärungen vermittelt nicht mechanischer Elemente bei den beschreibenden und entwickelnden Naturwissenschaften. Bei solchen Hilfsbegriffen ist auch die Mathematik zur Ersinnung und zum Gebrauche imaginärer Zeichen berechtigt; nur darf man sich nicht verleiten lassen, solcher praktischer Dienste halber diese Formeln für den Ausdruck höherer Wahrheiten halten zu wollen, deren Verkörperung erst in einer höheren Welt anschaubar würde*).

*) Gauss erzählte (scherzend): „Er habe gewisse Probleme hier zur Seite gelegt, die er in einem höheren Zustande später geometrisch

Mit der im Vorhergegangenen entwickelten Anschauungsweise schwindet auch die ganze Schwierigkeit, sich eine Kraft in die Ferne wirkend vorzustellen, oder wie man auch gesagt hat: zu erklären, wie ein Körper dort wirken könne, wo er nicht ist.

Ebenso wie der Gedanke das räumlich Entfernteste in demselben Zeitmomente miteinander verbindet (nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche), so ist auch die Form der causalen Verbindung für das Bewusstsein durch ihre Natur selbst allen Zeitgrenzen entrückt. Sie ist heterogen der Anschauungsform Zeit, eben weil sie Verbindungsform ist. Im Gegentheil, es ist gar nicht vorstellbar, dass, was wir hier als Naturkraft definirten, einer Zeit bedürfen müsse, um von einem Orte nach einem anderen hinzuwirken. Die Schwierigkeit lag lediglich in der Vorstellung, zu welcher man sich durch die etymologische Bildung des Wortes Kraft verleiten liess.

Von unserem Standpunkte aus müssen wir also auch bestreiten, dass es höhere und niedere Intelligenz geben kann. Mit diesem Ausdrucke hat man stets sich entschuldigen wollen, wenn ein Problem lange den Lösungsversuchen widerstand; oder wenn man nicht wusste oder nicht eingestehen wollte, dass man etwas Unvernünftiges gefragt hatte. So z. B. spricht der Verächter aller Metaphysik A. Comte von „la faible portée de notre intelligence“, weil es nicht gelingen will, die allgemeine Gleichung höherer Grade, als des vierten, zu lösen. Heute wissen wir, dass der Grund von letzterem in der Existenz einer Intelligenz überhaupt liegt. Das vorstellende und in Folge dessen begreifende, erklärende Bewusstsein kann nur existiren, insofern es den Satz des Widerspruchs gebraucht; und in Folge dadurch,

zu behandeln gedächte.“ Auch diesem Scherz lag eine gewisse ernste Meinung zu Grunde, und Andere haben dieselbe noch viel ernster diskutiert.

dass es sich in den Anschauungs- und Verbindungsformen bewegt, wie wir sie an uns beobachten. Alle höhere Intelligenz, welche nicht daran gebunden wäre und dennoch begreifen, erklären könnte, ist ein sich selbst widersprechendes Gespenst, welches seine Existenz nur dem Missbrauch logischen oder algebraischen Formalismus verdankt.

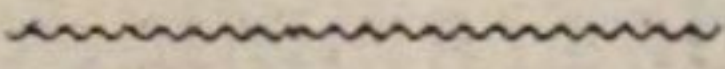
So hält man sich zuweilen für berechtigt, jedem in einem Satze ausgesprochenen Urtheile gegenüber die Verneinung desselben als Hypothese aufzustellen, weil eine solche ja nach dem Satze des Widerspruchs formulirt sei. Z. B. man sagt: Es könnten ja doch Existenzen in vier räumlichen Dimensionen angenommen werden, wenn auch nur als Hypothese.

Nun dann hat das Bewusstsein, dessen Fähigkeit, wie man zuweilen sagt, auf den Gebrauch des Satzes der Identität beschränkt ist; statt dessen man aber eigentlich sagen müsste: — da Vorstellen, Erkennen und Begreifen nur durch die Gültigkeit dieses Satzes überhaupt möglich ist — dieses Bewusstsein hat gar keine Mittel, solche Existenzen an die ihnen nach jener Hypothese zukommenden Oerter zu setzen.

Aber die Setzung solcher Hypothesen oder vielmehr, die Bildung solcher Sätze von einem Bewusstsein, welches doch nur durch den Satz der Identität existirt, ist ein completer Widerspruch in sich selbst. Solche Sätze können nur entstehen durch den Missbrauch unserer Sprechfähigkeit, wie im Vorhergehenden gewisse algebraische Bedingungsgleichungen durch den Missbrauch des Algebraischen Formalismus. Eine gleichwerthige Satzbildung oder Möglichkeitsfrage wäre zum Beispiel:

Wie würde dies Haus aussehen, wenn es dieses selbige Haus wäre, und an der selbigen Stelle stände, aber doch ein anderes Haus wäre?

Dass überhaupt von denkenden Menschen dergleichen Sätze geschrieben und gesprochen werden, kommt daher, weil meistens die Zwischenglieder der betreffenden Sätze nicht so deutlich, wie in dem angeführten, den direkten Widerspruch zum Bewusstsein kommen lassen.



IX.

Das vorstellende und das empfindende Bewusstsein.

Eine andere Frage nun, die berechtigter Weise aufgestellt werden kann, ist folgende:

„Zugegeben, dass alles in der Vorstellung logisch Verknüpfbare, also alles Begreifbare, nur in den obigen Anschauungsformen der Mechanik vorgestellt werden kann; ist uns Menschen denn gar keine andere Auffassungsweise der Welt möglich, als diejenige, welche auf Zugrundelegung eines Ich nach diskursiver Methode des Denkens beruht?“

Was wir bis hierhin ausführten, war die Erörterung der Art und Weise, wie wir unsere Empfindungen als ein Bild in Zeit und Raum vorstellen konnten und mussten. Aber es waren nur die Verhältnisse, die Grösse der Empfindungen zu einander, welche solchergestalt veräusserlicht wurden, nicht die Empfindungen selbst; denn diese hören durch irgend eine Veräusserlichung eben auf, Empfindungen zu sein.

Was es nun mit dem oftgenannten persönlichen Bewusstsein für eine nähere Bewandtniss hat, ob dies seinerseits wieder als ein einzelnes oder eine Vielheit von Wg vorgestellt werden kann, oder ob es eine unvorstellbare Stimme aus einer anderen transcendentalen Welt sei, dies

beschäftigt uns einstweilen noch nicht. Wir fanden nur, dass es seine Empfindungen auf keine andere Weise äusserlich darstellen konnte, als indem es sich selbst unter der Anschauungsform I anderen Wirkungsgrössen gegenüberstellte.

Es ist nun leicht zu zeigen, wie alle klaren, bei dieser Weltconstruction mathematisch verwendbaren Begriffe aus Vorstellungscomplexen gewonnene Abstraktionen sind; diese Vorstellungen wiederum aus Verbindung mehrerer Anschauungen; jene Begriffe also mittelbar aus Anschauungen des empirisch Gegebenen. Der Vollständigkeit halber sei nun noch erwähnt, dass die Verbindungsformen dieser in der Sprache auch Begriffe genannt werden; also zu unterscheiden von den mathematisch verwendbaren, aus Anschauungen gewonnenen Begriffen.

Der Kern obiger Frage begegnet uns hier nun wiederum als:

Ist unser ganzes Leben in der Welt auf die Vorstellung dieser Anschauungen und deren Combinationen beschränkt?

Offenbar nein! Denn wenn wir das Leben und die Welt in einem allgemeinen Lust- oder Unlustgefühl empfinden, als von Werth oder Unwerth auffassen, so mögen wir hierin verschiedene Grade der Stärke unterscheiden und diese Grade als Vorstellungen construiren. Lust und Unlust als solche, als empfundener Werth für das Bewusstsein, sind jedoch heterogen aller (Grössen-) Vorstellung, eben weil sie Empfindung sind. In einem anderen Bewusstsein kann dieselbe Empfindung allerdings durch eine betreffende Vorstellung erweckt werden; aber nicht, weil die Vorstellung der Empfindung gleich ist oder sie in sich enthält, sondern weil dieses andere Bewusstsein gleichfalls das Leben inne werden kann in einer von der Vorstellungswelt ganz heterogenen Auffassungsweise, nämlich als Empfindungswelt.

In der Menschenseele werden deshalb gewöhnlich Verstand und Gemüth unterschieden.

Hier wird statt dessen gesprochen von vorstellendem und empfindendem Bewusstsein, um besser auszudrücken, dass es stets ein und dasselbe Bewusstsein ist, welches beiden Auffassungsweisen der Welt zu Grunde liegt; solchergestalt, dass die Empfindung im Gemüthe die unmittelbare innere Auffassung der Welt im Bewusstsein, die Vorstellung der Welt aber ein Erzeugniss dieses Bewusstseins ist; in jeder Beziehung ein Kunstprodukt, welches das Bewusstsein mathematisch ausmessen, aber nachher auch wiederum künstlerisch empfinden kann; gerade so, wie die Empfindungen in dem Künstler leben, bevor er sie nach Aussen projecirt und ein Bild anfertigt. Ist das Bild fertig geworden, so kann er es messen und erklären, aber auch an dem äusserlichen Bilde seine früheren Empfindungen zu neuem Leben wiedererwecken.

Dem Erkennen und Empfinden hat man meistens noch das Wollen als ein drittes sogenanntes Seelenvermögen coordinirt. Diese Unterscheidung ist unnöthig, häufig auch geradezu fehlerhaft. Wollen ist nichts weiter als Empfinden, wenn wir diesem letzteren nicht die gesammte Welt, sondern speciell den Theil, welchen wir als unsere Persönlichkeit auffassen, als wirkende Ursache zuschreiben. Ich will heisst also: Ich empfinde mein Individuum als einen Theil der wirkenden Ursachen im Weltganzen.

Die Thätigkeit des Bestimmens, Begreifens, ist also nur ein einseitiges Moment der Welt. Da alles Erklären, Begreifen, ein Zurückführen oder Verbinden auf feste Bestimmungen anschaulicher Vorstellungen ist, so kann von einem Erklären eigentlich nur in diesem betreffenden Weltmomente die Rede sein. Der Begriff Begreifen wäre zu beschränken auf die Thätigkeit des Bewusstseins bei der äusseren Projektion seiner Empfindungen; denn nur hier sind begrenzte, scharf bestimmte Vorstellungen möglich.

Der Mensch will aber über alle Weltmomente sprechen, auch über das, wo der Begriff seinen eigentlichen Sinn verliert. Aber nur dieselbe Sprache steht ihm für diese Mittheilungen über die beiden heterogenen Weltmomente zu Gebote. Hier wird sich also Unaussprechliches kund geben; denn bestimmt kann die Sprache nur über die objektivirte Welt sprechen.

Es ist der Grundfehler des Realismus, zu meinen, die Welt lasse sich in eine Anzahl klarer Vorstellungen auflösen und der Rest sei Illusion und Widerspruch. Wäre dies richtig, so müsste z. B. der musikalische Genuss ersetzt werden können durch die Kenntniss oder das arithmetische Abzählen der betreffenden Schwingungsverhältnisse. Kein Wissen aber, auch das umfassendste nicht, kann unserem Lust- oder Unlustgefühle nur ein Tüpfelchen hinzufügen; allerdings aber die Wege angeben, auf welchen diese psychischen Effekte zu erreichen sind.

Fasst der Künstler in seinem Gemüthe die Welt oder einen Moment derselben auf und verkörpert denselben im Bilde, so mag der Kritiker dasselbe allenfalls in mehr oder weniger adäquate Vorstellungen aufzulösen versuchen; jedoch der Künstler thut dies nicht, wenigstens so lange er wirklich schöpferisch thätig ist; und ebensowenig der naive Mensch, welcher, wenn auch gar keiner complicirten Vorstellungen fähig, dennoch vielleicht tiefer in dem Bilde die Welt wiederempfindet, als der vielwissendste Gelehrte. Manche Kunstarten müssen allerdings in ihrem Materiale auch Vorstellungsbilder verwenden; die Musik kommt aber ohne irgendsolche zu Stande.

Ein anderer durchgreifender Unterschied dieser inneren Auffassungsweise der Welt, derjenigen des vorstellenden Verstandes gegenüber, besteht darin, dass die letztere die Bilder von Einzelempfindungen aneinanderreihet, während die erstere einen mehr oder minder grossen Theil (ein unzulängliches Wort hier) der Welt auf einmal umfassen kann.

Wollen wir die Natur eines Accordes erklären, begreifen, so lösen wir ihn in seine Einzeltöne auf, stellen uns jeden Einzelton vor als die rythmische Bewegung einer elastischen Masse, und diese Qualität Elasticität wiederum als die verschieden gerichteten Bewegungen von nicht weiter zerlegbaren abstrakten Wirkungsgrößen; wir fügen die Bewegungen der Einzeltöne in gewissen Bewegungsverhältnissen zusammen, finden das vorgestellte Produkt in seiner Wirkung identisch mit jenem Accorde und sagen, wir haben denselben erklärt.

Die Empfindung fasst den Accord aber als ein Ganzes auf in einem Momente, und besitzt ihn ebenso vollständig, wie der begreifende Verstand nach seiner mühevollen Analyse. Sie besitzt denselben jedoch in einer ganz anderen Weise, nämlich als Moment der Lust oder Unlust, des Werthes für das Bewusstsein; während die mathematische Auflösung des Accordes die begreifbare anschauliche Vorstellungsweise dieses selbigen Bewusstseins war, welche keinen solchen inneren Werth für das Bewusstsein hat.

Diese Auffassung des Accordes in der Empfindung können wir aber sprachlich versuchen mitzutheilen. Wir sprechen von der Wirkung einzelner seiner Momente als Harmonie oder Disharmonie, Uebergang, Verschmelzung Weichheit, Härte etc. und legen dieser Mittheilung an verwandte Gemüther auch die Bezeichnung Erklären bei. Man sieht jedoch, dass dies kein Erklären gleich dem des scharf bestimmenden anschaulichen Vorstellens ist, dass ihm nur tropisch dieselbe Bedeutung zugemessen werden kann; denn seine Elemente sind keine scharf bestimmten Vorstellungen, sondern deren Analoga aus der Empfindungswelt.

In dieser Empfindungswelt (empfundener Auffassung der Welt) sind die Anschauungsformen des Bewusstseins und die Verbindungsformen (Kraftgesetz) ihrer Erfüllung von keinem Werthe; sie existiren dafür gar nicht. Eben-

sowenig existirt die Empfindung für den vorstellenden Verstand als ein Werth. Werth ist für die anschauliche Vorstellung nicht construirbar (nicht begreifbar). Hat man allerdings Werth als Einheitsgrösse gesetzt, die Einheit Lust oder Unlust, so kann mathematisch in der Vergleichung ihrer verschieden möglichen Grade fortgeschritten werden. Damit ist aber nicht Lust und Unlust erklärt, die Empfindung als ein Werth für uns, aus anschaulichen Vorstellungen abgeleitet, begriffen worden. Empfindung kann nur empfunden, aber nicht begriffen werden. Oder sprachlich richtiger ausgedrückt, vielleicht aber weniger verständlich — Empfindung kann man nur empfindend — nicht vorstellend inne werden. Begriffen wird nur das äussere Abbild der Empfindung, sofern dasselbe überhaupt darstellbar ist.

Eine ganz andere Frage ist es nun, ob auf dieser empfundenen Auffassung der Welt eine Wissenschaft aufgebaut werden, ob überhaupt über dieselbe in menschlicher Sprache gesprochen werden kann. Denn Wissenschaft will zum wenigsten Verschiedenes logisch miteinander verbinden, wenn auch von dem Begreifen nach obiger Definition abgesehen wird. Alle logische Verbindung ist aber nur in der Vorstellung möglich und damit wäre ja eben die empfundene Auffassung aufgehoben.

Andererseits haben wir ja thatsächlich Wissenschaften der Ethik und Aesthetik, oder wenigstens beobachten wir ein ewiges Bestreben des Menscheingeistes, solche herzustellen.

Unter einer Bedingung ist nun solche Wissenschaft annähernd möglich. Wenn nämlich Vorstellungsbilder so construiert werden können (einerlei, woher deren Elemente genommen werden), dass dieselben die ihnen ganz heterogenen Empfindungen wenigstens adäquat in dem Medium der Sprache ausdrücken; oder vielmehr, dass sie die gleichen Empfindungen bei den mit Bewusstsein aus-

gestatteten Wesen hervorrufen. Den aus solchen Vorstellungsbildern abstrahirten Begriffen liegen also nicht Anschauungen, wie bei dem mathematischen Begreifen, sondern Empfindungen als letzte Elemente zu Grunde.

Diese Bedingung erfordert also erstens Wesen von gleicher Empfindungsfähigkeit (worin immer dieselbe bestehen mag), und zweitens eine Sprache von solcher Biegsamkeit, die Möglichkeit eines solchen Reichthums von Vorstellungsbildern, construierbar aus dem betreffenden Elemente, dass damit für alle Verschiedenheiten der Empfindung ein adäquates Medium geschaffen werden kann.

Aus diesen beiden Bedingungen ergiebt sich die Schwierigkeit und theilweise Unbestimmtheit aller auf diesen Gebieten versuchten Wissenschaften.

Die gleiche Empfindungsfähigkeit bei so complicirten Organismen, wie die Menschen, ist nur in sehr allgemeinen und sehr engen Grenzen vorhanden. Strikte genommen, existiren nicht zwei ganz gleiche Gemüther. Die aus der Anschauung abgeleiteten Vorstellungsbilder und deren Begriffe müssen bei allen denkenden Wesen mathematisch gleich sein, weil alles Denken nach dem Satze der Identität vor sich geht. Die aus Empfindungselementen construirten Begriffe jedoch — oder vielmehr, die Wörter, welche diese Empfindungen nicht als anschauliche Bilder, sondern als Werthzeichen der Lust oder Unlust repräsentiren und in den Gemüthern wiedererwecken sollen — werden thatsächlich von jedem Wesen anders aufgefasst, weil die auffassenden Gemüther (empfindende Bewusstseine) eben verschieden gestaltete Wesen sind. Man versteht sich eben nicht ganz oder genau; die grösste Schwierigkeit ist, sich in das innere Leben eines anderen Menschen, seine Empfindungsweise, hinein zu denken.

Die zweite Bedingung ist ebenso unvollständig zu erfüllen. Denn Sprachconstruction und Wortbildung,

welche nothwendig in festen und bestimmten Gebilden stattfinden muss, ist unfähig, alle die Verschiedenheiten und das Ineinanderfliessen der Empfindungsmomente in einem auch bei ganz gleichen Gemüthern adäquaten Medium auszuprägen. Daher das sprachliche Ringen nach dem vollständigen Ausdruck des Gemüthes von vornherein ein unmögliches Bemühen. Haben wir auch für unser persönliches Bedürfniss genügend einen Moment unseres Gemüthslebens in ein Wortgepräge zusammengefasst, so ist durch die Natur der Sache selbst eine vollständige logische Analyse desselben anderen Gemüthern gegenüber unmöglich; und doch steht uns keine andere Methode, als die logische, zum gegenseitigen Verständniss zu Gebote.

Einerseits verstehen sich gleichgeartete Gemüther mit geringem Aufwande von Begriffsbildern, ja man möchte zuweilen sagen, ohne alle Sprache; andererseits zeigt sich aller Aufwand von Sprachkünsten als Medium vergeblich, einen betreffenden Empfindungsmoment dort hervorzurufen, wo eine dem sprechenden Wesen gleiche Qualität in dem Hörenden nicht vorhanden ist. *q. h. v. d. h. c. 1. 12!*

Die unmittelbare Auffassung der Welt in der Empfindung ergreift aber den Menschen gewaltiger, als ihr in der mitgetheilten Vorstellung abgeblasstes mathematisches Bild; und deshalb behauptet der naive Mensch, in seinem Gemüthe eine weit sicherere Wahrheit zu besitzen, als in jeder logischen Deduktion. Er hat auch Recht, nur weiss er sich nicht richtig auszudrücken; noch weniger, aus dieser wahren Empfindung logisch die entsprechende Handlungsweise zu folgern; noch weniger, inwiefern seine Theilauffassung der Welt einen Werth hat für die übrige Welt.

In unserem Sprachschatze werden wir also nothwendigerweise finden:

a) Anschauungsbegriffe, abgeleitet aus Elementen der Anschauung, also in letzter Instanz aus wiederholtem Setzen des I und seiner Gegensätze.

Dieselben haben gleiche Bedeutung für alle bewussten Wesen.

b) Empfindungsbegriffe, abgeleitet aus Elementen der Empfindung, aus dem unmittelbaren Auffassen der Welt im Gemüthe.

Dieselben haben verschiedene Bedeutung für die specifisch verschiedenen Gemüther, welche sich derselben bedienen.

Bei diesen ist wohl zu bemerken, dass die sprachlichen Elemente der Wörter, welche zu diesen Begriffen verwandt werden, gleichfalls der Anschauungswelt entnommen sind, wie es ja nicht anders sein kann; denn das Wort als äusseres Bild gebraucht die Anschauung als das Medium, um die darunter verstandene Empfindung sprachlich auszudrücken. Der Realismus ist nun an dieser Entdeckung kleben geblieben und behauptet, weil die hierher gehörigen Wörter etymologisch als aus Anschauungsbildern abgeleitet nachgewiesen werden können — alle Begriffe überhaupt entstammten der Anschauung. Das Wortbild wird von ihm verwechselt mit der Idee, welche diesem zu Grunde liegt. Es giebt eben kein anderes Mittel zur logischen Mittheilung, als sich dieses Wortbildes zu bedienen.

c) Verbindungsbegriffe, welche die logische Thätigkeit bei der Verbindung der unter a) und b) definirten Begriffe ausdrücken; also gleichfalls bei allen bewussten Wesen dieselbe Bedeutung haben können. Weil aber die logische Erkenntniss, die Klarheit über diese logische Thätigkeit, nicht überall ins volle Bewusstsein tritt, so haben diese

Begriffe faktisch noch nicht dieselbe Bedeutung unter den Menschen; ebenso, wie auch faktisch eine geometrische complicirte Figur eine andere Bedeutung für den mathematisch Gebildeten und den Ungebildeten hat.

Die etymologischen Elemente der diese Begriffe versinnbildlichenden Wörter müssen auch hier wie bei allen Wörtern (wenigstens der ausgebildeten Sprachen) sich nachweisen lassen als den Anschauungen entnommen. Weil diese Begriffe sich nun so gar nicht greifen lassen, sondern mit der That des Greifens entstehen und vergehen, hat es immer Philosophen gegeben, welche dieselben geradezu leugnen oder als falsche Begriffe bezeichnen, z. B. Causalität, Wechselwirkung etc.

Die Begriffe b) erhalten also nur ihren gewollten Sinn, wenn sie auf die Auffassung der Welt in unserer Empfindung gedeutet werden. Die Anschauungsformen Zeit, Raum etc. können also nicht damit in Verbindung gebracht werden. Es hat desshalb gar keinen Sinn, zu behaupten, dass wir bei Vorstellung der Natur als einer Veränderung in Zeit und Raum Zwecke als wirkende Ursache annehmen müssen; und ebenso sinnlos ist es, Zwecke negiren zu wollen, wenn wir die Natur in unserer Empfindung auffassen. Dass hier die Idee des Zweckes ein Dasein hat, fühlen wir eben, und Gefühl kann ein mathematischer Beweis ebensowenig erregen, als vernichten. Andererseits kann kein Gefühl die Form des mathematischen Beweises annehmen; es kann nicht logisch erklären, der Zweck also auch nicht irgend einen Verlauf der Naturerscheinungen.

Aus allen drei Klassen von Begriffen können nun Allgemeinbegriffe abstrahirt werden. Dieselben bleiben aber abhängig und unterscheidbar nach ihren betreffenden Elementen. Wäre es möglich, eine Sprache zu bilden, welche sich verschiedener Wortbilder für diese ver-

schiedenen Klassen bediente, so würde viel Unklarheit und mancher unnütze Streit aus der philosophischen Diskussion verschwinden. So wie die Sprachen aber sind, dient häufig dasselbe Wort für eine Vorstellung aus Anschauungen und zugleich für deren Analogon in der Empfindung. Da nun nach vieltausendjähriger Geistesarbeit die Menschen endlich zum Bewusstsein des Unterschiedes von Denken und Sein gelangt sind, so ist zu hoffen, dass dies auch einmal in der Sprache ausgedrückt werden wird.

Insofern wie nun bei allen Wesen, welche sich der menschlichen Sprache bedienen, eine mehr oder weniger grosse Fähigkeit, die Welt in einem gleichartigen Empfindungsmodus aufzufassen, wahrnehmen (der Professor, welchem das Drama nichts beweist, wäre allerdings hier auszunehmen), so sind wir wohl auch berechtigt, die schwere Aufgabe zu unternehmen, die Begriffe b) mit einander logisch zu verknüpfen, und zu versuchen, einander verstehen zu können.

Eine Hauptarbeit der ethischen Wissenschaften wird also sein, die Normalempfindungen des menschlichen Wesens, ihren möglicherweise für sich erreichbaren höchsten Werth, den idealen Gehalt der menschlichen Natur, in Wortbildern so auszudrücken, dass in den millionenfach von dem Normaltypus abweichenden Individuen der möglichst gleiche Empfindungsinhalt erweckt werde.

Alle hierzu gehörenden Wissenschaften enthalten deshalb gewissermaassen einen Theil Dichtung; denn die Empfindungsbegriffe ausdrückenden Wortbilder werden nur durch die Mitwirkung einer poetischen Auffassungsweise gebildet. Der wahre Dichter, d. h. der das Weltganze in seinem Innern wirklich auffasst und sich annähernd mitzutheilen versteht, wird deshalb den wirklichen Menschen vollständiger repräsentiren. Der begriffliche Erklärer ist solchem Dichter gegenüber nur sein mathematisch abgeblasster Scheme; seine Schemata sind allerdings exakt, aber es sind leere Linien ohne Colorit.

So weit musste scheinbar von dem vorliegenden Thema abgeschweift werden; denn ohne auf diese letzten Elemente der Begriffsbildung zurückzugehen, und deren von vorherrschenden Ansichten stellenweise so stark abweichende Gestaltung klar zu legen, wäre es nicht möglich, jetzt einige Wörter zu analysiren, welche, als Elementarbegriffe gebraucht, ein beständiges Kreuz für den Mathematiker geblieben sind.

So vornehmlich der Begriff *Kraft*.

Laplace klagt: *Nous ne connaissons pas la nature de la force et elle nous sera pour toujours inconnue; il est impossible de savoir a priori si cette force se doit conserver sans cesse.*

Kant sagt:

Man sagt, dass ein Körper, der in Bewegung ist, eine Kraft habe. Denn Hindernisse überwinden, dies nennt alle Welt wirken.

Wenn die Substanzen keine Kraft hätten, ausser sich zu wirken, so würde kein Raum sein. Der Grund der dreifachen Dimension des Raumes ist unbekannt.

Es ist wahrscheinlich, dass die dreifache Abmessung des Raumes von dem Gesetze herrühre, nach welchem die Kräfte der Substanzen auf einander wirken.

Unsere Ableitung dagegen sagt: Die (Natur) Kraft ist die logische Verbindungsform der Wirkungsgrößen durch ein Bewusstsein; sollte also besser heißen: Denkgesetz im Raume. Dies wäre ein Begriff aus der Klasse a) der Vorstellungsbilder, vollkommen adäquat seinem Gegenstande, und drückt aus, dass die Relation der Veränderungen durch unser Denken gesetzt ist.

Statt dessen haben Philosophen und Mathematiker vorzugsweise das Wort *Kraft* gewählt, welches unter die Klasse b), Empfindungsbilder, gehört, stets die Erinnerung an unser Empfindungsleben, das Gefühl einer Muskelkraft,

erregt; also im Begriffe eine heterogene Welt anruft, und seinem betreffenden Gegenstande nimmer adäquat sein kann.

So lange der innere Werth dieses Wortbildes nicht erkannt wurde, verlegte man die sich ergebenden Unzulänglichkeiten in die **Natur** der zu einem Ding (Kraft) gemachten Verbindungsform.

Für den Mathematiker empfiehlt es sich allerdings, auch seine Denkhätigkeit zu etwas Objektivem zu machen, und so den Atomen Kräfte beizulegen. Aber er muss sich dessen stets erinnern; wissen, dass, wenn er seine Betrachtungsweise wiederum rückwärts wenden, diese Kräfte aus etwas Relativem zu Absolutem, aus dem Objektiven zu Subjektivem machen will, alles Geheimnissvolle in der Natur der Kräfte sich darauf reducirt, **dass er selbst dahinter steckt.**

Aehnlich steht es mit dem schon erörterten Begriffe **Masse**. Denn die strengen Geometer erklären, dass die Proportionalität der Kräfte und Massen nicht logisch deducirt werden könne, sondern nur die bis jetzt beobachteten Thatsachen darstelle.

Da uns nun gar kein Mittel zu Gebote steht, die Vorstellung verschiedener Massen anders zu fassen, als je nach der Verschiedenheit der Wirkung einer und derselben Kraft, so lässt sich dieser Behauptung kaum ein anderer Sinn beilegen, als dass hier unbewusst die Dunkelheit des Kraftbegriffes auf die Masse übertragen worden ist.

Weitere hierhin gehörende unvermeidliche Begriffe sind: Wechselwirkung, Undurchdringlichkeit, Stetigkeit u. a.; deren Behandlung muss im Zusammenhange bei den betreffenden Wissenschaften folgen. Hier sollte nur die Methode der Begriffsanalyse, oder die Verwendbarkeit der üblichen Wortbilder dargelegt werden.

X.

Das Bewusstsein und das Ich.

„Meines Erachtens ist der Punkt, in dem die Transcendenz hauptsächlich wurzelt und in dem ihre Zulässigkeit am besten begründet werden kann, unsere Unwissenheit über das Wesen des Bewusstseins.

Wiederholt haben wir erklärt, dass wir es im naturwissenschaftlichen Sinne für unmöglich erachten, die allerdings unleugbare Thatsache des Bewusstseins zu erklären.

Wallace hat den noch weiteren Schritt gethan, das Bewusstsein als eine allgemeine Eigenschaft der Substanz anzusprechen Leider ist es mit der Generalisation allein nicht gethan; man muss auch Beweise beibringen. Sonst bedeutet Generalisation nichts, als das Bestreben, eine Schwierigkeit möglichst weit von sich zu entfernen.“

In diesen Worten eines Fysiologen finden wir alle über den betreffenden Gegenstand von dieser Wissenschaft aus auftauchenden Fragen zusammen.

Die Antwort darauf nach den hier dargelegten Anschauungsweisen ergiebt sich jetzt ziemlich von selbst.

Wo immer das Ich mit dem Bewusstsein als Seele identificirt wird, ergeben sich bekanntlich die Widersprüche,

dass die Seele sich beständig verändert, bald Vielheit, bald Einheit ist, und dann hinterher wieder als unveränderlich hypostasirt wird.

Hier wurde das I, nach dem Vorgange Kant's, nur als das von dem Bewusstsein gesetzte logische Subjekt gebraucht, stets identisch mit sich selbst, einfach wie ein Atom; was also in der Körperwelt ein Atom den anderen gegenüber blieb, in dem Raume von drei Dimensionen der Körper Alfa, bei den Vorstellungen die stets begleitende Vorstellung Ich, damit die Mannichfaltigkeit der Vorstellungen in dem Bewusstsein als einer Einheit zusammengefasst werden konnte.

Das Bewusstsein registriert also die Existenz und die Bewegung eines jeden Wg nach der Wirkung, welche diese Wg auf das von ihm gesetzte I ausüben. Diese vielen Wirkungen, resp. Bewegungszustände, werden also nicht in dem Ich, sondern in dem Bewusstsein zu einer Vorstellung verschmolzen, daraus Begriffe und schliesslich objektive Erkenntniss gewonnen.

Welcher Wesensnatur nun dieses Bewusstsein entstammt, wie dieses fähig sein kann, die vielen Bilder festzuhalten und aus ihnen weiter zu bauen, dies zu erforschen ist die Aufgabe einer zukünftigen Wissenschaft. Man könnte ihr den Namen Psychophysik geben, denn sie wird zwei Richtungen zugleich verfolgen müssen. Die physiologische, also eine mathematische, welche mit Vorstellungsbegriffen, und eine psychologische, welche mit Empfindungsbegriffen operirt.

Wir werden einerseits mehr oder weniger ein äusseres Vorstellungsbild des mit Bewusstsein begabten Wesens uns entwerfen können, dasselbe als einen in Raum und Zeit gegliederten Organismus anschauen, innerhalb dessen eine Vielheit von Wg in Veränderung sich unterscheiden lassen. Messen wir deren Grössewirkung auf unsere Empfindung, so werden wir von der Summirung der Empfin-

dungen, der Resultante ihrer Bewegung und so weiter in mechanischen Begriffen sprechen dürfen.

Nach dieser Richtung hin wird sich das bewusste Wesen in klare mathematische Begriffe auflösen lassen, also das, was nach dem Obigen Erklären heisst.

Nach der anderen Richtung hin werden wir aber die Veränderungen dieses als selbstbewusst beobachtbaren Wesens nach einem inneren Gehalte auffassen, und diese Auffassung, soweit das Medium unserer Sprachbildung solches zulässt, in anderen uns gleichartigen bewussten Organismen zur Wiederempfindung anregen können.

In dieser Auffassung haben dann alle Begriffe, wie Bewegung — Resultante — etc. keinen Sinn mehr. Von einer Erklärung kann also nur in der angegebenen tropischen Bedeutung die Rede sein.

Beide Richtungen werden sich beständig begegnen, und in der einen die Analoga der anderen in gewissen Grenzen zu finden sein. Z. B. in der Körperwelt spricht man von Theilen. Dem gegenüber dürfte man in der Empfindungswelt etwa von Momenten sprechen; denn die Welt ist hier immer ganz und gleichzeitig vorhanden. Auf der Unklarheit in der Trennung beider Richtungen beruht der ewige Streit zwischen Realismus und Idealismus in ihren Abstufungen vom concreten Realisten, welcher nichts als existirend anerkennt, was sich nicht in klare Anschauungsbegriffe auflösen lässt; mit der Zwischenstufe des kritischen Idealisten, welcher die hier angedeutete Wissenschaft aufzubauen versucht; bis zum in sich selbst versunkenen Mystiker, dem alle Welt auf seine subjektive Empfindungsfähigkeit beschränkt ist. Diese umfasst vielleicht ein kleines, vielleicht ein grosses Moment der Welt, aber von geringem Werthe für die Mitwelt, weil ein solcher Mystiker unfähig ist, ein adäquates Medium zur Mittheilung seiner Gefühle zu schaffen; ja oft sogar die Fähigkeit, klare Anschauungsbegriffe zu bilden oder zu

verstehen verliert und damit zum geistigen Wollüstling herabsinken kann.

Allen aber, welche zu einer bestimmten Auffassung der zwei heterogenen Weltmomente zu gelangen vermögen, wird sich ergeben, dass eine exakte Erkenntniss nur in der Anschauungswelt stattfinden kann; von einer solchen in der empfundenen Welt zu sprechen, aber nur in tropischer Bedeutung zulässig ist; dass nichtsdestoweniger ein Einzelwesen in seinem Gemüthe zur vollen Auffassung des inneren Gehaltes dieser transcendentalen Welt gelangen kann.

Kann also von Erklärung des empfindenden Bewusstseins keine Rede sein, so hat die Frage doch Berechtigung, ob dem Einzelnen, was wir in der Vorstellung mit Wg bezeichneten, schon dieser innere Werth der Empfindungsfähigkeit beigelegt werden muss, oder ob dieser nur dem Complexe vieler Wg zukommt, in welchen wir den als bewusst wahrgenommenen Organismus auflösen konnten.

Dieses ist sozusagen nur ein mathematisches Problem. Wird die Aenderung der Empfindungsgrösse nachgewiesen als irgend eine, wenn auch noch so complicirte und in verschiedenen Organismen noch verschiedenartige Funktion der Wg, dann hat ein jedes Theil an diesem inneren Gehalte; dann ist Empfindungsfähigkeit eine Eigenschaft der Wg. Lässt sich also irgend eine Formel aufstellen, nach welcher sich die Summirungen der Reize und der Empfindungen eines Organismus in constante Verbindung bringen lassen, so halten wir den mathematischen Beweis der im Eingange dieses Capitels erwähnten Generalisation für erbracht. Denn solches könnte als Beweis für nicht genügend nur angesehen werden bei Aufstellung der Hypothese: Die Form des Atomcomplexes sei bestimmend für das Auftreten oder Nichtauftreten einer dem abstrakten Atom inhärirenden Qualität. Eine solche Hypothese wäre gleichbedeutend mit derjenigen, dass man durch geschickte

Gruppierung von Zahlen diesen Summen von Einheiten eine Qualität schaffen könnte; also eine Schöpfung aus Nichts.

Ob man heutzutage schon eine solche constante Formel aufgefunden, darüber kann allerdings noch gestritten werden.

Ganz einerlei dabei bleibt, ob irgend einmal ein System erfunden wird, nach welchem die Anschauungswelt erklärt werden könnte ohne die Auflösung der Einzel Dinge in Atome. Dem, was wir nach unserer hier entwickelten Anschauungsweise Atom nannten, müsste deshalb nicht weniger obige Eigenschaft beigelegt werden; einerlei, ob — wie man auch zu sagen pflegt — Atome in der Wirklichkeit existiren oder nicht.

Hiernach verliert auch das Suchen nach einer Verbindung zwischen Bewegung und Empfindung, Körper und Geist, seine Berechtigung; und gleichfalls die Klage über Beschränktheit der menschlichen Vernunft, welcher es ewig versagt bleibe, diese Kluft zu überschreiten. Im Gegentheil, diese Kluft ist kein Hinderniss, **sondern die Vernunft schafft diese Kluft, um vernünftig denken und logisch erklären zu können.** Wem vor dieser Kluft graut, wer eine Brücke zum Ueberschreiten sucht, zeigt, dass er die Aufgabe des begreifenden Denkens noch nicht erkannt hat.

Um nochmals die Antwort kurz zusammenzufassen: Wenn eine Welt überhaupt existirt, und eine Intelligenz, ein Bewusstsein, will in dieser Welt etwas erklären, begreifen, so theilt es durch die Bildung von Vorstellungen die Welt in zwei heterogene Momente. Alles Erklären und Begreifen hat nur diesen Sinn in Bezug auf das angeschaute Moment, die veräusserlichte Welt; einerlei, ob die Erklärung von einer menschlichen oder möglichen sogenannten übermenschlichen Intelligenz ausgeht. Jetzt auch das andere Moment, die unmittelbare, empfindende Auffassung der

Welt, erklären wollen, hiesse mit anderen Worten: Die Welt wiederum auf ihr Absolutes, ohne unterscheidbare Momente innerhalb derselben, zurückführen, und doch noch etwas innerhalb des Ununterscheidbaren unterscheiden wollen. Mathematisch ausgedrückt: Die Welt soll bestimmt werden als 1; und hinterher klagen wir die Beschränktheit der menschlichen Vernunft an, dass sie nicht begreifen kann, dieses arithmetische 1 sei eigentlich eine arithmetische 2, unbeschadet dass es doch 1 sei; es handle sich nur darum, die einer höheren Intelligenz auffindbare Brücke zu finden, welche ein Hexeneinmaleins begreifen könne.

Alle logischen Sätze können mit den Partikeln „warum, wozu etc.“ verbunden werden; aber deshalb ist der neue Satz nicht immer ein logischer.

Bis hierhin musste vorgegangen werden, um die Bedeutung und Anwendbarkeit der Vorstellung I festzustellen.

Zum Schlusse sei noch eine Anwendung der gewonnenen Resultate auf eine fysiologische Frage gemacht.

Die neuere Fysiologie ist fast noch mehr, als die besprochene Richtung in der Mathematik bestrebt gewesen, den Raum als etwas empirisch Gegebenes anzusehen, indem sie den Nachweis versuchte, dass er ein Ergebniss unserer Sinnenconstruction sei. Hauptsächlich wurden Gesichts- und Tastsinn als Constructeure der drei Raumdimensionen dargestellt. Obgleich nun Vieles sich nach dieser Ansicht scheinbar genügend erklären liess, so blieb es doch stets unmöglich, nach dieser Hypothese das Auftreten der drei Raumdimensionen auch in den Traumbildern zu erklären. Hier sind die Sinne unthätig, wenigstens der Theil der Sinne, welcher die Vermittelung mit der Aussenwelt ausführt. Traumbilder sind aber keine Erinnerungen, sondern in gar nichts von den gleichen, durch die ausser unserem Individuum liegenden Ursachen erzeugbaren zu unterscheiden. Die Nerven, welche dem

Bewusstsein das Material zu seinen Anschauungen im Traume liefern, können durch im Organismus wirkende Ursachen eben so stark erregt sein, wie im wachen Zustande durch von Aussen auf ihn einwirkende. Es giebt allerdings Personen, welche eine Erinnerung zu einem wirklichen Anschauungsbilde anfachen können. So der Maler, welcher nach längerem Anschauen der zu porträtirenden Person dieselbe auch nach deren Weggehen noch auf dem Stuble sitzen sah. Der hier vor sich gehende physiologische Process ist uns noch unbekannt. Aber viele Traumbilder müssen wir uns als analog entstehend denken. Im Schlafe hätte darnach ein Jeder die Fähigkeit, welche jener Maler auch im wachenden Zustande willkürlich hervorrufen konnte. Will man dagegen die Erinnerungen zu abgeschwächten Anschauungsbildern machen, so bleibt die Schwierigkeit zu erklären, wie bei solchen Erinnerungen Raumdimensionen auftreten können, wo doch die Sinne, d. h. die Raumconstrukteure, nach der empirisch-physiologischen Ansicht, nicht mitwirken. Der Hauptunterschied der Traumbilder von denjenigen des wachen Zustandes liegt in ihrer Aufeinanderfolge. Während wir diese im wachen Zustande nach der wirklichen causalen Folge beobachten können, ist uns diese Fähigkeit im Traume genommen; wir sind darauf beschränkt, das zu beobachten, was uns unser Organismus in willkürlicher Folge liefert. Der Controle durch Vergleichung anderer Erscheinungen vermittelt unserer Sinne sind wir beraubt. Würde ein Mensch in dunkler Höhle festgebunden gehalten, und ihm nur durch ein Fensterchen ein Blick auf eine Reihe mehr oder minder willkürlich arrangirter Fantasmagorien gestattet, so würde dies dem gewöhnlichen Traumleben vergleichbar sein. Das Bewusstsein bleibt dasselbe, und die causale Verknüpfung der Wahrnehmungen gleichfalls; aber die Möglichkeit der Controle fehlt. Kinder, Ungebildete und Mystiker urtheilen zuweilen, als wenn ihnen nur Traumwahrnehmungen zu Gebote ständen, eben weil

ihnen die Fähigkeit abgeht, alles zu dem Urtheil Nothwendige zu beobachten. Auch bieten viele Geisteskrankheiten dieses selbe Schauspiel eines Traumlebens; nämlich wo ganze Reihen von Erinnerungen verschwunden sind, oder die Fähigkeit fehlt, gewisse controlirende Wahrnehmungen zu machen. Das ordnende, causal verknüpfende Bewusstsein erkrankt nie, ändert sich nie, so lange es überhaupt thätig ist; sondern nur das Material, welches seiner Ordnung unterbreitet wird, ändert sich.

Nach unserer Anschauung nun, wo das vorstellende Bewusstsein nach dem Satze des Widerspruchs das empfundene Material ordnet, einerlei, ob von den Sinnen oder durch die Bewegungen des Nervensystems ohne äussere Einwirkung geliefert, muss es die gleiche Ordnung im Traume wie im wachen Zustande ausführen; weil es eben nicht anders kann, als entweder nach obigem Satze ordnen, oder überhaupt aufhören thätig zu sein, d. h. zu existiren. Es ordnet also nach drei Dimensionen.

Die Sinne liefern also keine Raumanschauungen, sondern ermöglichen uns nur, die Dinge von einander zu unterscheiden. In dieser Hinsicht besteht gar kein Unterschied zwischen den Sinnen; nur ist ein Sinn mehr, als ein anderer geeignet, eine grössere Vielheit von Dingen zu unterscheiden. Auch das Gehör unterscheidet mehrere gleichzeitige Töne, ebenso wie das Gesicht und Getast mehrere gleichzeitige andere Dinge. Hätten wir zwei Nasen, würden wir vermittelst des Geruches ebenso mehrere gleichzeitige Dinge wahrnehmen und unterscheiden können. Das Bewusstsein aber erst ordnet dieses Nebeneinander in den drei denkmöglichen Dimensionen und causal Verbindung.

Verlag von ERICH KÖSCHNY in Leipzig:

Philosophische Monatshefte.

Unter Mitwirkung von

Dr. F. Ascherson, und **Dr. J. Bergmann,**
Custos an der Universitäts-Bibliothek Berlin. ord. Professor der Philosophie, Marburg.
redigirt und herausgegeben

von

Dr. E. Bratuscheck,
ord. Professor der Philosophie in Giessen.

Jährlich 10 Hefte.

Preis pr. epl. 10 Mark. Einzelne Hefte 1 Mark 50 Pf.

Die „Philosophischen Monatshefte“ dienen keiner Schule und keinem System, sondern bieten ein Central-Organ, worin alle Richtungen der philosophischen Bewegung zum Ausdruck kommen. —

Abonnenten können zu jeder Zeit eintreten, wenn sie sich verpflichten, die bereits erschienenen Hefte des betr. Semesters zu entnehmen.

Cursus der Philosophie

als streng wissenschaftlicher

Weltanschauung und Lebensgestaltung

von

Dr. E. Dühring,
Docenten der Philosophie und der Staatswissenschaften
an der Berliner Universität.

Preis 9 Mark.

Philosophische Bibliothek

oder

SAMMLUNG

der

Hauptwerke der Philosophie alter und neuer Zeit.

Unter Mitwirkung namhafter Gelehrten herausgegeben,
beziehungsweise übersetzt, erläutert und mit Lebensbeschreibungen
versehen

von

J. H. v. Kirchmann.

Bis jetzt sind 222 Hefte à 50 Pf. resp. 65 Bände erschienen, in welchen die Hauptwerke von **Plato, Aristoteles, Baco, Descartes, Spinoza, Hugo Grotius, Locke, Hume, Condillac, Berkeley, Scotus Erigena, Kant, Schleiermacher, Leibniz, Hegel** und Anderen in dem korrektesten Text, neuen Uebersetzungen und mit eingehenden sachlichen Erklärungen aller schwierigen Begriffe und Stellen geliefert worden sind.

= Jedes Heft und jeder Band sind einzeln käuflich. =
Specielle Kataloge sendet die Verlagshandlung auf Wunsch direct franco.

Verlag von ERICH KOSCHNY in Leipzig:

NEUE STUDIEN

von

Karl Rosenkranz

Professor der Philosophie in Königsberg.

1. Band: STUDIEN ZUR CULTURGESCHICHTE.

2. Band: STUDIEN ZUR LITERATURGESCHICHTE.

Preis: Jeder Band 10 Mark.

Die „Neue freie Presse“ sagt in einer längeren Besprechung unter Anderem:

Der greise Königsberger Philosoph Rosenkranz hat mit seinen zwei Bänden „Neue Studien“ dem deutschen Lesepublicum ein wahrhaft köstliches Geschenk gemacht. Eine Rosenkranz'sche Arbeit bedarf fürwahr keiner Empfehlung: die Aelteren unter uns sind seine dankbaren Schuldner für die trefflichen Leistungen auf philosophischem, literar-historischem, ästhetischem Gebiete; seine mit Schubert unternommene Kant-Ausgabe und Biographie, seine Darstellung Hegel'scher Lehren, neuestens sein gehaltvolles Buch über Diderot, seine Autobiographie („Von Magdeburg bis Königsberg“) haben ihn auch den Jüngeren näher gebracht.

Es ist wahrhaft erquicklich, den Alten von Königsberg, dessen Tiefe des Urtheils, Geschmack und Vielseitigkeit der Bildung so sehr erfreut, noch einmal reden zu hören.

Rosenkranz bildet heute noch mit Erdmann in Halle, Vischer in Stuttgart ein Triumvirat von Essayisten ganz einziger Art, dessen sich das deutsche Volk und die gebildete Leserwelt noch lange erfreuen mögen.

Gleich günstig urtheilen die Augsburger Allg. Ztg., Schlesische Ztg., Königsberger Hartung'sche Ztg., Grazer Tages-Post, Europa, Kölnische Ztg., Magaz. f. d. Lit. d. Ausl. etc. etc.

Von Magdeburg bis Königsberg.

Autobiographie von Karl Rosenkranz.

Preis 8 Mark.

Einheit und Vielheit.

Eine philosophische Untersuchung. Aus dem Schwedischen.

Preis 1 Mark 20 Pf.

Können wir etwas von Gott wissen?

Ein Beitrag zur Erkenntnisslehre.

Aus dem Schwedischen.

Preis 1 Mark 20 Pf.

~~~~~  
Druck der Lehmann'schen Buchdruckerei, Dresden.



















Schmitz-Dumont, Oskar,

Zeit und Raum in ihren denknöthwendigen Bestimmungen abgeleitet aus dem  
Satze des Widerspruchs

Leipzig 1875

Ph.sp. 762 i

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11320565-2